

Examenul de bacalaureat 2010
Proba E - c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

MODEL

- Toate subiectele (I, II și III) sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 3$ și $a_3 = 7$. Calculați suma primilor 10 termeni ai progresiei.
- 5p** 2. Determinați numerele reale m pentru care punctul $A(m, -1)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x + 3) = 2$.
- 5p** 4. Determinați numărul submulțimilor cu 3 elemente ale unei mulțimi care are 5 elemente.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, -2)$, $B(1, 2)$ și $C(2, -1)$. Calculați distanța de la punctul C la mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Triunghiul ABC are $AB = 8$, $AC = 8$ și $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și funcția

$$f: \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_3(\mathbb{R}), f(X) = X^2 - 3X + I_3, \text{ unde } X^2 = X \cdot X.$$

- 5p** a) Calculați $\det(I_3 + B)$.
- 5p** b) Demonstrați că $f(A) = I_3 + B$.
- 5p** c) Arătați că $(f(A))^3 = I_3 + 3B + 3B^2$, unde $(f(A))^3 = f(A) \cdot f(A) \cdot f(A)$.
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definesc legile de compoziție $x * y = x + y - 3$ și $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$.
- 5p** a) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $x \circ x = x * x$.
- 5p** b) Determinați numărul întreg a care are proprietatea că $x \circ a = 3$, oricare ar fi numărul întreg x .
- 5p** c) Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} x * (y + 1) = 4 \\ (x - y) \circ 1 = 5 \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{Z}$.

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$.

5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.

5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

5p c) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .

2. Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{2 - x^2}$.

5p a) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției f .

5p b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.

5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^2}$.