

**Examenul de bacalaureat național 2020**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Test 7**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} + 1\right) - \left(2 - \frac{4}{3}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2+3}{3} - \frac{6-4}{3} =$	2p
	$= \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$	3p
2.	$f(2) = 5 \Leftrightarrow 2^2 - 2m + 3 = 5$	3p
	$2m = 2$ , deci $m = 1$	2p
3.	$x + 4 = (x + 2)^2 \Rightarrow x^2 + 3x = 0$	2p
	$x = -3$ , care nu convine sau $x = 0$ , care convine	3p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	2p
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere care au cifrele egale, deci sunt 9 cazuri favorabile	2p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$	1p
5.	$m_{AB} = -1$	2p
	$m_{AC} = \frac{a-1}{5}$ , deci punctele $A$ , $B$ și $C$ sunt coliniare $\Leftrightarrow m_{AB} = m_{AC} \Leftrightarrow a = -4$	3p
6.	$MN = 6$	2p
	$P_{MNPQ} = 4MN = 24$	3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$A - B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A - B) = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 0 - (-1) \cdot 1 =$	3p
	$= 0 - (-1) = 1$	2p
b)	$C = A \cdot A + B \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	3p
	$\det C = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$ , deci matricea $C$ nu este inversabilă	2p
c)	$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1+x & 2+y \\ x & y \end{pmatrix}$ , $X \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ x+y & y \end{pmatrix}$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	2p
	$\begin{pmatrix} 1+x & 2+y \\ x & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ x+y & y \end{pmatrix}$ , deci $x = 2$ și $y = 0$ , care convin	3p

<b>2.a)</b>	$1 * 1 = \frac{1 \cdot 1 + 1}{1 + 1} =$	<b>3p</b>
	$= \frac{2}{2} = 1$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\frac{2x+1}{x+2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 4x+2 = 3x+6$	<b>3p</b>
	$x = 4$ , care convine	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$x * 1 = 1$ , unde $x \in M$	<b>2p</b>
	$\lg 2 * \lg 4 * \lg 6 * \lg 8 * \lg 10 = (\lg 2 * \lg 4 * \lg 6 * \lg 8) * \lg 10 = (\lg 2 * \lg 4 * \lg 6 * \lg 8) * 1 = 1$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} (x^{2020} + 1) = 2$	<b>2p</b>
	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{x+1}{x} = 2$ și, cum $f(1) = 2$ , obținem $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ , deci funcția $f$ este continuă în $x_0 = 1$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = 1$	<b>3p</b>
	Dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției $f$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	Pentru $x \in (1, +\infty)$ , $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ , deci $f''(x) = \frac{2}{x^3}$	<b>3p</b>
	$f''(x) > 0$ , pentru orice $x \in (1, +\infty)$ , deci funcția $f'$ este crescătoare pe $(1, +\infty)$	<b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 x f(x) dx = \int_1^2 e^x dx = e^x \Big _1^2 =$	<b>3p</b>
	$= e^2 - e = e(e-1)$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_e^{e^2} \frac{g(x)}{xe^x} dx = \int_e^{e^2} \frac{1}{x} \ln x dx = \frac{1}{2} \ln^2 x \Big _e^{e^2} =$	<b>3p</b>
	$= \frac{1}{2} (2^2 - 1^2) = \frac{3}{2}$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_1^e (f(x) + g(x)) dx = \int_1^e \frac{e^x}{x} dx + \int_1^e e^x \ln x dx = \int_1^e \frac{e^x}{x} dx + e^x \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{1}{x} e^x dx =$	<b>3p</b>
	$= e^e \ln e - e^1 \ln 1 = e^e$	<b>2p</b>