Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $(1+3i)^2-6i=-8$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x-7$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3-x}=2x$.

5p **4.** Arătați că numărul de submulțimi cu două elemente ale mulțimii $A=\{1,2,3,4,5\}$ este egal cu numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii A.

5p **5**. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(-1,0)$ și $C(0,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că dreapta AB conține punctul C.

5p **6.** Se consideră numărul real $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x+\sin\frac{\pi}{6}=1$. Calculați $\sin x$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & -6\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $M(x)=A+xB$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Demonstrați că $M(x)\cdot M(1)=xM(1)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul natural n, știind că $M(4)\cdot M(3)\cdot M(2)\cdot M(1)=nM(1)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y+x^2y^2$.

5p **a)** Arătați că $1*2=7$.

5p **b)** Demonstrați că $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Determinați numerele întregi x pentru care $(-2)*x\le 3$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+x^4-2x+2$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=e^x+4x^3-2$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este convexă.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)dx=4$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)\ln x\,dx=2\ln 2-\frac{3}{4}$.

5p **c)** Determinați cel mai mare număr natural nenul n pentru care $\int_1^{\sqrt{2}}x^{n+1}f^n(x)\,dx\ge\frac{1}{2021}$.