Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_7 = a_3 + 4r$	**2p**
	$15 = 7 + 4r \Rightarrow r = 2$	**3p**
2.	$3x - 5 \geq 2 \cdot (-2) + 4$	**2p**
	$3x \geq 5 \Rightarrow x \in \left[\frac{5}{3}, +\infty\right)$	**3p**
3.	$3^{4x} = 3$	**2p**
	$4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$	**3p**
4.	$A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = 30$	**2p**
	$P_3 = 3!,\ P_3 = 6,\ \frac{A_6^2}{P_3} = 5$	**3p**
5.	$AB = \sqrt{(0-0)^2 + (-5-3)^2} = 8$, $AC = \sqrt{(4-0)^2 + (-1-3)^2} = 4\sqrt{2}$ și $BC = \sqrt{(4-0)^2 + (-1+5)^2} = 4\sqrt{2}$	**3p**
	Cum $AB^2 = AC^2 + BC^2$, triunghiul ACB dreptunghic și cum $AC = BC$, ΔACB este dreptunghic isoscel	**2p**
6.	$\frac{\text{tg}60^\circ}{\text{ctg}30^\circ \cdot \cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} =$	**3p**
	$= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2) - (-3) \cdot 1 =$	**3p**
	$= -4 + 3 = -1$	**2p**
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-3 & 2-2 \\ -6+6 & -3+4 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	**2p**
c)	$AX - I_2 = 2021A \Leftrightarrow AX = I_2 + 2021A$. Matricea A este inversabilă și $A^{-1} = A$ de unde rezultă că $A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot I_2 + 2021 \cdot A^{-1} \cdot A \Rightarrow X = A + 2021 \cdot I_2$	**3p**

	Deci $X=\begin{pmatrix}2023 & 1\\ -3 & 2019\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$5\circ 2021=5\cdot 2021-5\cdot 5-5\cdot 2021+30=$ $=-25+30=5\ 5$	**3p** **2p**
b)	$x\circ y=xy-5x-5y+25+5=x(y-5)-5(y-5)+5=$ $=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y	**3p** **2p**
c)	$m^2\circ n=16\Rightarrow\left(m^2-5\right)\left(n-5\right)=11$ și, deoarece, $n-5\in\mathbb{Z}$, $m^2-5\in\mathbb{Z}$ obținem $\begin{cases}m^2-5=11\\ n-5=1\end{cases}$ sau $\begin{cases}m^2-5=1\\ n-5=11\end{cases}$ sau $\begin{cases}m^2-5=-11\\ n-5=-1\end{cases}$ sau $\begin{cases}m^2-5=-1\\ n-5=-11\end{cases}$	**3p**
	Cum m și n sunt numere întregi, obținem soluțiile $\begin{cases}m=4\\ n=6\end{cases}$, $\begin{cases}m=-4\\ n=6\end{cases}$, $\begin{cases}m=2\\ n=-6\end{cases}$, $\begin{cases}m=-2\\ n=-6\end{cases}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2xe^x+\left(x^2-8\right)e^x=$ $=e^x\left(x^2+2x-8\right)=e^x\left(x-2\right)\left(x+4\right)$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f'(x)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{e^x(x-2)(x+4)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}e^x(x+4)=$ $=6e^2$	**3p** **2p**
c)	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-8}{e^{-x}}=0$, $f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(-\infty,-4]\Rightarrow$ f este crescătoare și $f(x)\geq 0$ pe $(-\infty,-4]$; $f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in\left[-4,2\right]\Rightarrow$ f este descrescătoare și $f(x)\geq f(2)$ pe $\left[-4,2\right]$; $f'(x)\geq 0$ pentru orice $x\in[2,+\infty)\Rightarrow$ f este crescătoare și $f(x)\geq f(2)$ pe $[2,+\infty)$, $f(2)=-4e^2<0$	**3p**
	Obținem că $f(x)\geq -4e^2$ pentru orice număr real $x\Leftrightarrow (x^2-8)e^x\geq -4e^2$, de unde rezultă $x^2\geq 8-4e^{2-x}$, pentru orice număr real x	**2p**
2.a)	$\int\limits_1^2 f\left(x\right)\left(x+1\right)dx=\int\limits_1^2\dfrac{x-1}{x+1}\left(x+1\right)dx=\int\limits_1^2\left(x-1\right)dx=$ $=\left.\left(\dfrac{x^2}{2}-x\right)\right\|_1^2=0+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$	**3p** **2p**
b)	$\int\limits_2^3 f\left(x\right)dx=\int\limits_2^3\dfrac{x-1}{x+1}dx=\int\limits_2^3\dfrac{x+1-2}{x+1}dx=\int\limits_2^3\left(1-\dfrac{2}{x+1}\right)dx=$ $=\left.\left(x-2\ln\|x+1\|\right)\right\|_2^3=1+\ln\dfrac{9}{16}$	**2p** **3p**
c)	$\int\limits_1^a f\left(x\right)f'\left(x\right)dx=\dfrac{1}{2}\left.\left(f(x)\right)^2\right\|_1^a=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a-1}{a+1}\right)^2$, unde $a>1$ $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a-1}{a+1}\right)^2=\dfrac{1}{8}\Rightarrow\left(\dfrac{a-1}{a+1}\right)^2=\dfrac{1}{4}\Rightarrow\dfrac{a-1}{a+1}=\pm\dfrac{1}{2}$, obținem $a=3$, care convine	**3p** **2p**