

Varianta 15

III.

13. Fie m numărul de microscopae și e numărul de elevi. Atunci avem sistemul
$$\begin{cases} 2m - 1 = e \\ 3m - 12 = e \end{cases}$$
.

a) $m = 11$.

b) $e = 21$.

14. a) $E(x) = \frac{x}{x^2(x+1)} : \frac{x^2-1}{6(x^2-1)} = \frac{6}{x(x+1)}$

b) $3 = \frac{6}{1} - \frac{6}{2}$; $E(2) = \frac{6}{2 \cdot 3} = \frac{6}{2} - \frac{6}{3}$; $E(3) = \frac{6}{3 \cdot 4} = \frac{6}{3} - \frac{6}{4}$; ...; $E(100) = \frac{6}{100} - \frac{6}{101}$.

Evident suma lor este $\frac{6}{1} - \frac{6}{101} = \frac{600}{101}$.

c) Produsul a două numere întregi consecutive $a(a+1)$ este par. Deci $a(a+1) = 2$; $a(a+1) = 6$; $a(a+1) = -2$ sau $a(a+1) = -6$. $a \in \{2; -2; -3\}$.

15. b) $A_1 - A_2 = 9\pi \text{ cm}^2$, deci $R = 3 \text{ cm}$.

c) $V_{tr} = \frac{7}{8} V_{pir} = \frac{21\pi}{2} \text{ cm}^3$.

d) Fie $PT = PO$ raza cercului înscris (P este intersecția bisectoarelor). $\square VTP \square \square VOA \Rightarrow PT = \frac{3}{2} \text{ cm}$.