

Varianta 24

III.

13. a) Dacă elevul a rezolvat doar 4 probleme corect atunci a rezolvat greșit 6. Punctajul obținut este:
 $4 \cdot 5 - 6 \cdot 2 = 20 - 12 = 8$ puncte.

b) Fie x numărul de probleme rezolvate corect, deci numărul de probleme rezolvate greșit este $10 - x$. Obținem: $5 \cdot x - 2 \cdot (10 - x) = 29 \Rightarrow 5x + 2x = 49 \Rightarrow x = 7$. Deci elevul a rezolvat corect 7 probleme.

14. a)
$$E(x) = \frac{x+2-x+2+2x}{x(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x(x-2)(x+2)}{2(x+3)} = \frac{2x+4}{2(x+3)} = \frac{2(x+2)}{2(x+3)} = \frac{x+2}{x+3}$$

b) $|x+3| \cdot \left| \frac{x+2}{x+3} \right| < 4 \Rightarrow |x+2| < 4 \Rightarrow -4 < x+2 < 4 \Rightarrow -6 < x < 2, x \in \mathbf{Z} - \{-3; -2; 0; 2\} \Rightarrow$
 $x \in \{-5; -4; -1; 1\}$.

c) $2 \cdot E(a) = 2 \cdot \frac{a+2}{a+3} = \frac{2a+4}{a+3} \in \mathbf{Z} \Rightarrow (a+3) | (2a+4) \Rightarrow (a+3) | (2a+6) \Rightarrow (a+3) | 2 \Rightarrow$
 $(a+3) \in \{-2; -1; 1; 2\} \Rightarrow a \in \{-5; -4; -2; -1\}$. Dar $a \neq -2 \Rightarrow a \in \{-5; -4; -1\}$.

15. b) $\Delta PAB \sim \Delta PB'A'$, deci $3 \cdot PB' = PA$. Dar $AB' = 12\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow PA = 9\sqrt{2}$ cm.
 $P_{\Delta PAB} = PA + PB + AB = 18(\sqrt{2} + 1)$ cm.

c) $V = \frac{6\sqrt{3}}{3}(324 + 36 + 108) = 936\sqrt{3}$ cm³.

d) $(ABC) \cap (BB'C) = BC, OM \perp BC, OM \subset (ABC), MM' \perp BC, MM' \subset (BB'C)$ rezultă că măsura unghiului determinat de planele (ABC) și $(BB'C)$ este egală cu măsura unghiului dintre semidreptele MO și MM' . În triunghiul dreptunghic $M'MQ$ avem: $\sin(M'\hat{M}O) = \frac{M'Q}{MM'} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$
 $m(M'\hat{M}O) = 60^\circ$.