

Varianta 25

III.

13. a) $\frac{20}{100} \cdot a = \frac{80}{100} \cdot b \Rightarrow a = 4b \Rightarrow b = \frac{a}{4} \Rightarrow b = 25\% \cdot a.$

b) $a = 4b \Rightarrow (4b)^2 + b^2 = 17 \Rightarrow 17b^2 = 17 \Rightarrow b^2 = 1, b \in \mathbf{N} \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = 4.$

14. a) $E(x) = \left[\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} \right] \cdot \frac{x+1}{2} = \frac{x-1+x+1+2}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{2} = \frac{x+1}{x-1}.$

b) $\frac{x+1}{x-1} \in \mathbf{Z} \Rightarrow \begin{cases} x-1 \mid x+1 \\ x-1 \mid x-1 \end{cases} \Rightarrow x-1 \mid 2 \Rightarrow x-1 \in \{-2; -1; 1; 2\} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 2; 3\}.$ Dar $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1; 1\},$

deci $x \in \{0; 2; 3\}.$

c) $E(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{2-1} = (\sqrt{2}+1)^2.$ Dacă $(\sqrt{2}+1)^2 = (a\sqrt{2}+b)^2, a, b \in \mathbf{N} \Rightarrow a=b=1.$

15. b) Secțiunea axială a conului din care provine trunchiul este un triunghi echilateral, deci unghiul dintre generatoare și planul bazei mari are măsura de $60^\circ.$

c) $V_{con} = \frac{\pi \cdot 30^2 \cdot 30\sqrt{3}}{3} = 9000\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3.$

d) $u^\circ = \frac{R}{G} \cdot 360^\circ = \frac{30}{60} \cdot 360^\circ = 180^\circ.$