

Varianta 53

III.

13. a)  $x = \frac{60}{100} \cdot y \Rightarrow x = \frac{3}{5} \cdot y \Rightarrow 5x = 3y$ , deci numerele  $x$  și  $y$  sunt invers proporționale cu numerele 5 și 3.

b)  $x = \frac{3y}{5} \Rightarrow 2 \cdot \frac{3y}{5} + 5y = 310 \Rightarrow 6y + 25y = 1550 \Rightarrow 31y = 1550 \Rightarrow y = 50 \Rightarrow x = 30$ .

14. a)  $E(1) = 0$ .

b)  $N = x^2(x^2 - 2x + 1) = x^2(x - 1)^2 \geq 0$ , pentru orice număr real.

c)  $\frac{E(n)}{n^2 - n^2 + n - 1} = \frac{(n^2 + 1)(n - 1)^2}{(n - 1)(n^2 + 1)} = n - 1 \in \mathbf{N}$  pentru orice număr natural  $n > 1$ .

15. b)  $A_r = 864 + 2 \cdot 144\sqrt{3} = 288(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$ .

c)  $AA' \perp (ABC); AN \perp BC; AN, BC \subset (ABC) \xrightarrow{T3\perp} A'N \perp BC$ , deci  $BC \perp (A'AN)$ .

Fie  $AM \perp A'N$  cu  $M \in A'N$ .  $d(A, (A'BC)) = AM = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ .

d) Prelungim  $AC$  cu  $DA = AC$  și  $A'C'$  cu  $D'A' = A'C'$ . Deci  $\square(A'C, AB') \equiv \square(D'A, AB') \equiv \square B'AD'$ .

$$\sin(\angle B'AD') = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$