

Varianta 94

III.

13. a) Ultima cifră a unui pătrat perfect poate fi 0, 1, 4, 5, 6 sau 9.

Ultima cifră a numerelor de forma $5n+2$ este 2 sau 7. Așadar $\sqrt{5n+2}$ este număr irațional.

b) Fie $d \in \mathbb{N}^*$ astfel încât: $d \mid (5n+7)$ și $d \mid (3n+4) \Rightarrow d \mid (15n+21)$ și $d \mid (15n+20) \Rightarrow$

$d \mid 1 \Rightarrow \frac{5n+7}{3n+4}$ este ireductibilă.

14. a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{5} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{5} = \frac{2\sqrt{7}}{5} \Rightarrow \frac{2\sqrt{7}}{5} \in \left(\frac{4}{5}; \frac{6}{5}\right).$

b) $(a-b)^2 = (-2\sqrt{2})^2 = 8.$

c) $(a-b+2\sqrt{2})^{2007} = (\sqrt{7}-\sqrt{2}-\sqrt{7}-\sqrt{2}+2\sqrt{2})^{2007} = (-2\sqrt{2}+2\sqrt{2})^{2007} = 0^{2007} = 0$

15. b) $A_{\Delta A'BC'} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = 162\sqrt{3} \text{ cm}^2.$

c) $d(B', (A'C'B)) = 6\sqrt{3} \text{ cm}.$

d) $V = \frac{162\sqrt{3} \cdot 12\sqrt{3}}{3} = 1944 \text{ cm}^3.$