INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
19 martie 2016

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

CLASA A IX-A

1. La un concurs Adolf Haimovici, organizatorii au oferit drept premiu primilor 5 elevi clasați la clasa a IX-a un total de 17 cărți, fiecare elev primind cel puțin o carte.
a) Stabiliți dacă, în mod necesar, cel puțin doi elevi primesc mai mult de câte o carte.
b) Arătați că cel puțin un elev primeşte mai mult de 3 cărți.
c) Determinați în câte moduri se pot distribui premiile, astfel încât fiecare premiant să primească alt număr de cărți.

2. Fie M mulțimea tuturor progresiilor aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ cu toți termenii numere naturale.
a) Considerând progresia $(a_n)_{n\geq 1}\in M$ care are $a_1=6$ și $r=10$, verificați dacă 2016 este sau nu termen al acestei progresii.
b) Determinați câte din progresiile $(a_n)_{n\geq 1}\in M$ care au $r=10$, au printre termenii lor numărul 2016.
c) Determinați câte din progresiile $(a_n)_{n\geq 1}\in M$ care au $a_1=6$, au printre termenii lor numărul 2016.

3. Fie triunghiul ABC, M mijlocum laturii (BC) și punctele P, Q, R astfel încât $\overrightarrow{AP}=x\cdot\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ}=y\cdot\overrightarrow{AM}$ și $\overrightarrow{AR}=z\cdot\overrightarrow{AC}$, cu $x,\ y,z\in(0;+\infty)$. Arătați că:
a) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$
b) $\overrightarrow{PQ}=\left(\frac{y}{2}-x\right)\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{y}{2}\cdot\overrightarrow{AC}$
c) Punctele $P,\ Q,\ R$ sunt coliniare dacă și numai dacă $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{2}{y}$

4. Un turist parcurge un traseu $ABCD$ format din trei drumuri, AB, BC și CD, toate de aceeași lungime egală cu 60 km. Turistul merge pe drumurile specificate cu vitezele v_1, v_2, respectiv v_3, măsurate în km/h.
a) Dacă $v_1=30$, $v_2=20$ și $v_3=50$, determinați durata t_1 a parcurgerii întregului traseu, măsurată în ore și minute.
b) Dacă turistul ar parcurge întregul traseu cu viteza medie $v=\frac{v_1+v_2+v_3}{3}$ a celor trei viteze de la punctul anterior, determinați durata t_2 a parcurgerii întregului traseu, măsurată în ore și minute.
c) Arătați că, oricare ar fi vitezele v_1, v_2, respectiv v_3, are loc inegalitatea $t_1\geq t_2$.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*