



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
19 martie 2016



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

CLASA A X-A

1. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuațiile:

a) $5^{2x+1} = 4 \cdot 5^x + 1$

b) $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 3x - 4} = 3x + 4$

c) $\log_4(3x - 2) \cdot \log_x 2 = 1$

2. Venitul lunar al unui tehnoredactor este format din salariul de bază de 800 lei la care se adaugă un spor astfel: dacă reușește să tehnoredacteze până la 200 pagini i se dă un comision de 2 lei pentru fiecare pagină scrisă iar pentru fiecare pagină ce depășește 200 primește 3 lei pentru fiecare pagină.

a) Determinați câți bani primește tehnoredactorul dacă într-o lună scrie 150 pagini. Dar dacă scrie 250 pagini?

b) Arătați că funcția pe baza căreia se calculează venitul lunar al tehnoredactorului este

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = \begin{cases} 2n + 800, & \text{dacă } n \leq 200 \\ 3n + 600, & \text{dacă } n > 200 \end{cases}$$

unde n este numărul de pagini scrise de tehnoredactor.

c) Determinați câte pagini trebuie să scrie tehnoredactorul pentru a câștiga într-o lună 1620 lei.

3. Considerăm numerele complexe $z_a = \frac{1 - a \cdot i}{1 + a \cdot i}$, $a \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$.

a) Determinați modulul și forma algebrică a numărului z_a

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $z_a = \frac{3}{5} - \frac{4}{5} \cdot i$

c) Arătați că $(z_{\sqrt{3}})^{2016}$ este număr real.

4. a) Arătați că $3(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x + y + z)^2$, oricare ar fi $x, y, z \in \mathbb{R}$.

b) Demonstrați că $3^{2n} > 3n + 99$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$.

c) Determinați numerele naturale n, a, b și c , știind că $a + b + c = 3^n$ și $a^2 + b^2 + c^2 = 33 + n$.

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.