

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008

Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului

CLASA A XII-A

I. Pe mulțimea numerelor reale \mathbb{R} se consideră legea de compoziție internă $*$: $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $x * y = xy + \sqrt{2}(x + y) + 2 - \sqrt{2}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$. Stabiliți dacă $(\mathbb{R}, *)$ este grup abelian.

II. Fie $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(1+x^3)^2}$.

a) Determinați $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(x) = \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta x^2}{1+x^3} + \frac{\gamma x^2}{(1+x^3)^2}$, $\forall x \in (0, \infty)$.

b) Calculați $\int f(x) dx$.

III. Calculați $I(x) = \int \frac{\arcsin(e^x)}{e^x} dx$, $x \in (-\infty, 0)$.

IV. Pe mulțimea $M = \{a, b, c, d\}$ se dă legea de compoziție internă $*$, definită prin tabla de mai jos.

*	a	b	c	d
a	b	c	a	d
b	a	c	b	d
c	a	b	c	d
d	b	a	d	c

a) Arătați că legea $*$ nu este comutativă și nici asociativă.

b) Arătați că legea $*$ admite element neutru și găsiți elementele inversabile.

Nota: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7