CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010
Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale şi protecția mediului

CLASA a IX-a

1. Un elev doreşte să cumpere 33 ciocolate, dintr-un magazin unde acestea sunt ambalate în cutii de câte 6, 9 şi respectiv 20 bucăți, fără ca acestea să poată fi vândute la bucată.
a) În câte moduri poate elevul să realizeze acest lucru?
b) În aceleaşi condiții, poate elevul să cumpere 43 ciocolate?

2. Numerele reale pozitive $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{10}$, sunt, în această ordine, în progresie aritmetică de rație $r > 0$ şi pentru care $r \cdot a_1 = 18$. Determinați termenii progresiei astfel încât suma termenilor acesteia să fie minimă?

3. Fie $a,b,c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a^2+b^2+c^2=1$ şi sistemul de ecuații: $\begin{cases} x-2y=a \\ y-2z=b \\ z-2x=c \end{cases}$

Să se arate că pentru orice soluție (*x, y, z*) a sistemului avem $x^2+y^2+z^2 \le 1$.

4. Considerăm triunghiul ABC, având laturile $AB=c$ şi $AC=b$. În planul acestuia se consideră punctele *M, N, D* astfel încât: $\overrightarrow{AM}=b\cdot\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=c\cdot\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}=b\cdot\overrightarrow{AB}+c\cdot\overrightarrow{AC}$.
Demonstrați că :
a) $(AM)\equiv(AN)$;
b) Patrulaterul *AMDN* este paralelogram;
c) (*AD* este bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$.

Notă: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7