

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"**

ETAPA JUDEȚEANĂ - 12 martie 2011

Filiera tehnologica: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

CLASA a IX-a

1. Pe un bulevard sunt 100 de felinare, numerotate 1, 2, ..., 100. Inițial, pentru decor, felinarele 1, 4, 7, ... (la fel în continuare) sunt cu lumină galbenă iar restul cu lumină albă. Cu ocazia sărbătorilor de iarnă, începând de la felinarul 100 și în sens descrescător din doi în doi, la fiecare felinar întâlnit se adaugă un filtru albastru. Astfel, datorită proprietății culorilor derivate, o parte din felinare rămân cu lumină albă, o parte rămân cu lumină galbenă, o parte devin cu lumină albastră (alb + albastru = albastru) iar o parte devin cu lumină verde (galben + albastru = verde). Aflați câte din cele 100 de felinare vor fi din fiecare culoare.

2. O sală de spectacol are locurile dispuse pe rânduri și pe fiecare rând, începând cu al doilea, se află cu câte două locuri mai multe decât pe rândul precedent. Știind că pe primul rând sunt 38 de locuri și în total sala are 2010 locuri, aflați pe câte rânduri sunt dispuse locurile în acea sală.

3. Pentru fiecare $a \in \mathbb{R}$ se consideră ecuația $x^2 - 2x + (2011 - a) = 0$, notată $E(a)$.

a) Determinați valorile $a \in \mathbb{R}$ pentru care $E(a)$ are rădăcini reale;

b) Determinați suma și produsul rădăcinilor ecuației $E(a)$;

c) Determinați valorile $a \in \mathbb{R}$ pentru care $E(a)$ are ambele rădăcini numere naturale.

d) Determinați valorile $a \in \mathbb{R}$ pentru care $E(a)$ are ambele rădăcini numere raționale.

4. O foaie de tablă este de forma unui triunghi ABC dreptunghic în A și cu $m(\sphericalangle ACB) = 36^\circ$. Se trasează pe foaie segmentele $[AM]$, cu $M \in (BC)$ încât $CM = AC$ și apoi $[BN]$ cu $N \in (AC)$ încât $AN = BM$. Să se demonstreze că:

a) dacă se notează $AM \cap BN = \{P\}$, punctul P este mijlocul segmentului $[BN]$;

b) dacă se taie foaia după segmentele $[AM]$ și $[BN]$, se obțin trei triunghiuri isoscele.

Notă: Timp de lucru 3 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.