



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
9 martie 2013



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

CLASA A IX-A

- O mulțime nevidă $A \subset \mathbb{N}^*$ se va numi "perfectă" dacă suma elementelor sale este egală cu pătratul numărului ei de elemente.
 - Verificați că mulțimea $M = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ este perfectă.
 - Determinați toate mulțimile perfecte cu trei elemente.
 - Demonstrați că pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ există cel puțin o mulțime perfectă cu n elemente.
- Un număr de 51 insecte minuscule sunt așezate în interiorul unei plăci pătrate de latură 1.
 - Demonstrați că o placă pătrată de latură $\frac{1}{5}$ poate fi acoperită cu un disc de rază $\frac{1}{7}$.
 - Demonstrați că există cel puțin 3 insecte ce pot fi acoperite cu un disc de rază $\frac{1}{7}$.
- Considerăm un triunghi ABC și punctele M, N, P pe laturile (AB) , (BC) , respectiv (CA) astfel încât $AM = BN = CP$. Notăm cu T centrul de greutate al triunghiului MNP .
 - Demonstrați că $AB \cdot \overline{AM} = AM \cdot \overline{AB}$.
 - Demonstrați că $\overline{MT} + \overline{NT} + \overline{PT} = \vec{0}$.
 - Dacă, în plus, $AB \cdot \overline{AT} + BC \cdot \overline{BT} + CA \cdot \overline{CT} = \vec{0}$, atunci triunghiul ABC este echilateral.
- Considerăm că fiecare punct din plan este colorat cu exact una din culorile *roșu*, *verde*, *galben* sau *albastru* și cel puțin patru puncte sunt de culori diferite.
 - Demonstrați că există cel puțin trei puncte necoliniare și colorate diferit.
 - Demonstrați că există cel puțin trei puncte distincte coliniare și colorate diferit.

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.