INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEŢEANĂ
8 martie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale şi protecţia mediului

CLASA A IX-A

1. În trei cutii notate A, B, C, sunt 100 de bile. Dacă numărul bilelor din cutia B diferă de numărul bilelor din cutia A cu 4, respectiv numărul bilelor din cutia C diferă de numărul bilelor din cutia A cu 3 şi totodată numărul bilelor din fiecare cutie nu se divide la 3, să se afle câte bile sunt în fiecare cutie.

2. Fie ABC un triunghi şi punctele $D \in (BC)$ încât $BD = 2DC$, $E \in (AB)$ încât $AE = EB$, respectiv $F \in (CE)$ încât $CF = FE$. Se cere:
   a) Arătaţi că $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ şi $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$;
   b) Arătaţi că punctele A, F, D sunt coliniare şi determinaţi valoarea raportului $\frac{AF}{FD}$.

3. Se consideră mulţimea P a tuturor progresiilor aritmetice neconstante $(a_n)_{n\geq 1}$ care au $a_1 = 4$ şi toţi termenii numere naturale.
   a) Arătaţi că toate progresiile din mulţimea P au raţia număr natural nenul;
   b) Determinaţi termenul general al acelei progresii din P în care $a_{20} \cdot a_{14}$ are cea mai mică valoare;
   c) Aflaţi câte progresii din mulţimea P au ca termen numărul 2014.

4. O ecuaţie de gradul al doilea $ax^2 + bx + c = 0$ o vom numi ”perfectă” dacă a, b, c sunt numere reale nenule şi oricum am schimba ordinea celor trei coeficienţi a, b, c, toate ecuaţiile astfel obţinute au o soluţie reală comună.
   a) Arătaţi că ecuaţia $x^2 - 2014x + 2013 = 0$ este perfectă;
   b) Arătaţi că ecuaţia $2013x^2 + 2014x + 1 = 0$ nu este perfectă;
   c) Determinaţi ce condiţie trebuie să verifice numerele $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ pentru ca ecuaţia $ax^2 + bx + c = 0$ să fie perfectă.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*