



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

- Se consideră mulțimea $\mathcal{M} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$
 - Demonstrați că dacă $A, B \in \mathcal{M}$, atunci $A + B \in \mathcal{M}$ și $A \cdot B \in \mathcal{M}$
 - Determinați matricea $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ cu proprietatea ca $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$
 - Determinați matricea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ astfel încât: $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$
- Pe mulțimea $G = (1, \infty)$ se definește legea de compoziție $*$: $G \rightarrow G$, dată de $x * y = xy - x - y + 2$, $(\forall) x, y \in G$
 - Să se demonstreze ca legea este asociativa
 - Să se determine elementele simetrizabile ale mulțimii G in raport cu legea $*$
 - Să se rezolve ecuația $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{2015 \text{ ori}} = 2$
- Un stadion are o capacitate de 900 locuri. La un spectacol s-au vândut toate biletele. Un bilet pentru copii costa 20 lei, pentru elevi 30 lei și pentru adulți 40 lei. Se știe că numărul adulților a fost jumătate din numărul copiilor și elevilor la un loc, iar la spectacol s-au încasat 27000 lei. Determinați numărul de spectatorilor din fiecare categorie.
- O picătura de apă ia forma unui patrulater $ABCD$ cu $A(2, 3), B(6, 2), C(-3, -3), D(-5, 1)$. Aflați aria acesteia. Dacă picătura ar lua forma unui pătrat, cu aceeași arie, cât ar fi latura pătratului ?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.