

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI
Filiera teoretică, profil umanist

- drumul de la 1 la 7: este 1->4->2 ->6 ->7 și are lungimea 70
- drumul de la 1 la 8: este 1->4->2 ->6 ->7->8 și are lungimea 80 3p
- d) Orașul cel mai apropiat de orașul 1 este 4. 1p

Subiectul 4.

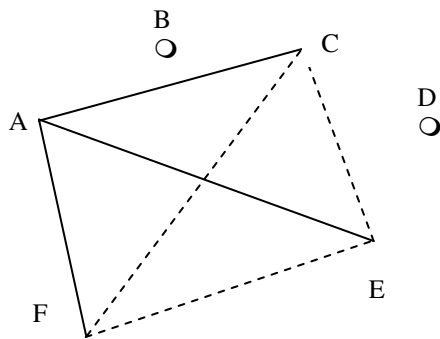
Reprezentăm persoanele printr-un graf conex cu 6 vârfuri.

Unim două persoane printr-o muchie linie continuă dacă ele se cunosc și printr-o muchie linie întreruptă dacă ele nu se cunosc.

(Un graf este conex dacă pentru oricare pereche de vârfuri distincte x, y ale lui G , există un drum de extremități x și y în G .)

În cameră cele 6 persoane pot fi în situația x cunoaște pe y sau x nu cunoaște pe y .)

Luăm ca referință de exemplu punctul A:



Din A pleacă 5 muchii deci sunt cel puțin 3 muchii de un anumit fel, să presupunem muchii continue 3p

Izolăm subgraful $\{A, F, E, C\}$. Dacă F și E se cunosc, atunci obținem 3 persoane care se cunosc între A, F, E. Deci presupunem că F și E se unesc prin linie întreruptă.

Aplicăm același procedeu muchiilor CE și CF 2p

Obținem astfel triunghiul CFE format din persoane care nu se cunosc între ele 2p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI
Filiera teoretică, profil umanist

Notăm cu x_k^* , $1 \leq k \leq 5$ centrele celor 5 clase de valori

$\Rightarrow x_1^* = 1,52; x_2^* = 1,56; \dots; x_5^* = 1,68;$

Deoarece $x_3^* = 1,60$ este centrul clasei mediane, considerăm o nouă serie statistică definită prin relațiile $X_k = 25(X_k^* - 1,60)$ (coeficientul 25 a fost introdus pentru a evita apariția numerelor zecimale). Rezultă tabelul de distribuție următor:

x_k^*	n_k	X_k	X_k^2	$n_k X_k$	$n_k X_k^2$
1,52	50	-2	4	-100	200
1,56	100	-1	1	-100	100
1,60	400	0	0	0	0
1,64	350	1	1	350	350
1,68	100	2	4	200	400
Total	1000			350	1050

2p

Prin calcul obținem

$$\bar{X} = \frac{\sum_{k=1}^5 n_k X_k}{\sum_{k=1}^5 n_k} = 0,350; \quad \sigma_x^2 = \frac{\sum_{k=1}^5 n_k X_k^2}{\sum_{k=1}^5 n_k} - \bar{X}^2 = 1,050 - (0,35)^2 = 0,9275$$

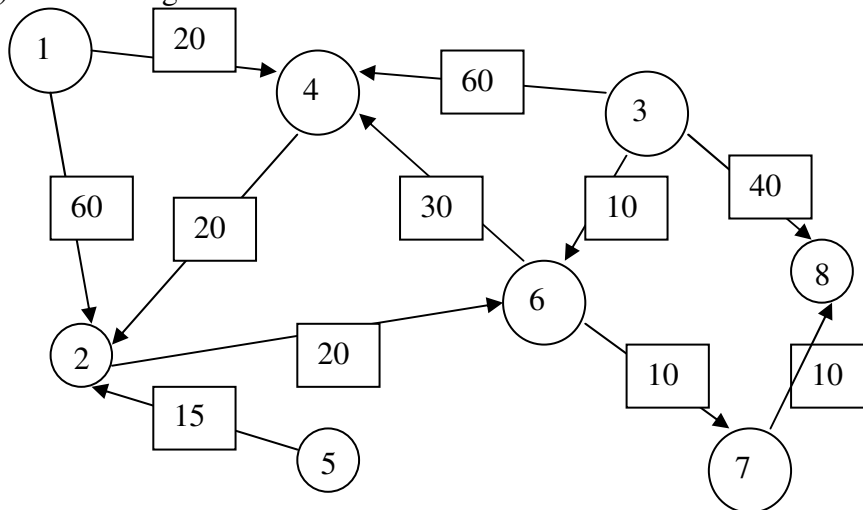
Dar $X_k^* = \frac{X_k}{25} + 1,60, 1 \leq k \leq 5$, deci $x^* = \frac{\bar{X}}{25} + 1,60 \Rightarrow x^* = \frac{0,350}{25} + 1,60 = 1,614$ și

$$\sigma_{x^*} = \frac{1}{25} \sigma_x = \frac{\sqrt{0,9275}}{25} \approx \frac{0,96}{25} = 0,038$$

4p

Subiectul 3.

a) Desenează graful 2p



b) Orașele în care poate ajunge, plecând din orașul 1 sunt: 2,4,6,7,8. 1p

c)

- drumul de la 1 la 4: este 1->4 și are lungimea 20.
- drumul de la 1 la 2: este 1->4->2 și are lungimea 40
- drumul de la 1 la 6: este 1->4->2 ->6 și are lungimea 60

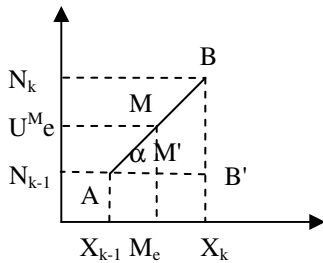
CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A XI-A

Subiectul 1.

Mediana este valoarea caracteristicii unei serii a cărei frecvență împarte frecvențele seriei ordonate crescător sau descrescător în două părți egale. Se calculează după formula:

$$M_e = X_{k-1} + d \frac{U^{M_e} - N_{k-1}}{n_k}, \text{ unde } U^{M_e} - \text{unitatea medianei, } U^{M_e} = \frac{\sum_{k=1}^p n_k + 1}{2} \dots\dots\dots 1p$$



..... 1p

Presupunem că pentru intervalul median curba frecvențelor cumulate se confundă cu segmentul AB.

În $\triangle AMM'$ și în $\triangle ABB'$ avem:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{MM'}{AM'} \text{ și } \operatorname{tg} \alpha = \frac{BB'}{AB'} \Rightarrow \frac{MM'}{AM'} = \frac{BB'}{AB'} \text{ sau } \frac{MM'}{BB'} = \frac{AM'}{AB'} \dots\dots\dots 1p$$

Dar $MM' = U^{M_e} - N_{k-1}$, $BB' = N_k - N_{k-1}$, $AM' = M_e - X_{k-1}$, $AB' = X_k - X_{k-1}$

$$AM' = \frac{MM'}{BB'} \cdot AB' = \frac{U^{M_e} - N_{k-1}}{N_k - N_{k-1}} (X_k - X_{k-1}) \dots\dots\dots 2p$$

$$M_e = X_{k-1} + AM' = X_{k-1} + (X_k - X_{k-1}) \frac{U^{M_e} - N_{k-1}}{N_k - N_{k-1}}$$

$$\left. \begin{aligned} d &= X_k - X_{k-1} \\ n_k &= N_k - N_{k-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_e = X_{k-1} + d \frac{U^{M_e} - N_{k-1}}{n_k}$$

S-a obținut astfel formula uzuală a medianei 2p

Subiectul 2.

Valoarea medie este media aritmetică ponderată $\bar{X} = \frac{\sum_{k=1}^p n_k X_k}{\sum_{k=1}^p n_k}$.

Abateră medie pătratică σ se definește cu ajutorul dispersiei (varianței) σ^2 .
 Dispersia este media aritmetică a pătratelor abaterilor individuale în raport cu media

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^p n_k X_k^2}{\sum_{k=1}^p n_k} - \bar{X}^2 \text{ Abateră medie pătratică (abaterea standard) este } \sigma = \sqrt{\sigma^2} \dots\dots\dots 1p$$