

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI

Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A X-A

1.

a) Pentru a, b, c numere reale să se demonstreze inegalitatea: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
Când are loc egalitatea ?

b) Să se rezolve ecuația: $4^x + 9^x + 25^x = 6^x + 10^x + 15^x$

2. În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A_n(n, n + 2), n \in \mathbb{N}$.

a) Se cere ecuația dreptei A_0A_1 .

b) Câte drepte unesc punctele mulțimii $\{O, A_0, A_1, \dots, A_{2008}\}$?

c) Să se determine valorile lui $n \neq 2008$ pentru care aria triunghiului OA_nA_{2008} este minimă.

3. Se consideră binomul $a = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^{100}$.

a) Determinați numărul termenilor raționali din dezvoltarea binomului dat.
Se notează cu S suma termenilor raționali și cu T suma termenilor iraționali ai dezvoltării.

b) Arătați că $S - T = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{100}$.

c) Demonstrați că $S > T$.

d) Să se arate că $S - T < \frac{1}{3^{100}}$.

4. Prețul unui bilet la teatru a crescut cu 40%, dar încasările obținute au crescut cu numai 26%.
Cu ce procent a scăzut numărul spectatorilor ?

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7