CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ 22 - 24 mai 2009

Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE CLASA A IX-A

Subiectul 1.

a) $S_{10}=55 \Rightarrow (a_1+a_{10})\cdot 10/2=55 \Rightarrow 2a_1+9r=11$ 1p

$a_3{}^2=a_1\cdot a_9 \Rightarrow (a_1+2r)^2=a_1(a_1+8r) \Rightarrow a_1=r$ 1p

Obține $a_1=r=1 \Rightarrow a_n=n$ 1p

b) $S=1+2+3+...+20=210,\ 1+2+...+k=(k+1)+(k+2)+...+20=105$ 1p

$k(k+1)/2=105 \Rightarrow k=14 \Rightarrow 1+2+...+14=15+16+...+20$ 1p

Dacă în plus în cele două magazii trebuie să fie acelaşi număr de cutii, se împart numerele de la 1 la 20 în grupe de câte 4 astfel: 1,2,3,4/5,6,7,8/…/17,18,19,20, şi se observă că în fiecare grupă suma dintre primul şi al patrulea număr este egală cu suma dintre al doilea şi al treilea număr, deci se pot grupa astfel: 1+4+5+8+9+12+13+16+17+20=2+3+6+7+10+11+14+15+18+19........ 2p

Subiectul 2.

a) Fie $x_1, x_2 \in (0,+\infty), x_1<x_2$. Face diferența $f(x_1)-f(x_2)$ 1p

$f(x_1)-f(x_2)=-2(x_1-x_2)+\frac{1}{\sqrt{x_1}}-\frac{1}{\sqrt{x_2}}$ 1p

$f(x_1)-f(x_2)=(x_2-x_1)\left[2+\frac{1}{\sqrt{x_1x_2}\left(\sqrt{x_2}+\sqrt{x_1}\right)}\right]$ 1p

$f(x_1)-f(x_2)>0 \Rightarrow$ f strict descrescatoare........ 1p

b) Obs. ca $f(4)=-15/2$ 1p

Inecuația devine $f(x)\ge f(4)$ şi cum f este descrescatoare $\Rightarrow x\le 4$ 1p

$x\le 4$ si $x>0 \Rightarrow x\in(0;4]$ 1p

Subiectul 3.

a) $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BM} \Rightarrow \overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PB}+k\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PB}+k\left(\overrightarrow{PC}-\overrightarrow{PB}\right)$ 1p

$\overrightarrow{PM}=(1-k)\overrightarrow{PB}+k\overrightarrow{PC} \Rightarrow \overrightarrow{PM}=(k-1)\overrightarrow{PA}+k\overrightarrow{PC}$ 1p

$\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AN} \Rightarrow \overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PA}+k\overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PA}+k\left(\overrightarrow{PD}-\overrightarrow{PA}\right)$ 1p

$\overrightarrow{PN}=(1-k)\overrightarrow{PA}+k\overrightarrow{PD}$ 1p

b) Fie F si G mijloacele segmentelor (MN) si (CD)

$\overrightarrow{PF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PN}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PM} \Rightarrow \overrightarrow{PF}=\frac{1-k}{2}\overrightarrow{PA}+\frac{k}{2}\overrightarrow{PD}+\frac{k-1}{2}\overrightarrow{PA}+\frac{k}{2}\overrightarrow{PC} \Rightarrow \overrightarrow{PF}=\frac{k}{2}\overrightarrow{PD}+\frac{k}{2}\overrightarrow{PC}$ 1p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ 22 - 24 mai 2009

Filiera teoretică, profil umanist

$\overrightarrow{PG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$ 1p

Deci $\overrightarrow{PF}=k\overrightarrow{PG}\Rightarrow$ punctele P, F şi G sunt coliniare 1p

Subiectul 4.

Fie x suma initiala, in prima zi a cheltuit $\frac{30}{100}\cdot x$, deci i - au ramas $\frac{70}{100}\cdot x$ 2p

In a doua zi a cheltuit $\frac{40}{100}\cdot\left(\frac{70}{100}\cdot x\right)=\frac{28}{100}\cdot x$ 2p

$\frac{30}{100}\cdot x+\frac{28}{100}\cdot x=87\Rightarrow x=150$ 2p

b) $p=\dfrac{\frac{28}{100}\cdot x}{\frac{30}{100}\cdot x}\cdot 100\Rightarrow p=93,(3)\%$ 1p