

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA FINALĂ - 22 mai 2010**

**Filiera teoretică, profil umanist**

**CLASA A X-A**

1. Se dau numerele reale  $x, y$  astfel încât  $0 < x + y < xy$ . Notăm  $S = x + y$  și  $P = xy$ .

- a) Arătați că  $S^2 \geq 4P, \forall x, y \in \mathbb{R}$ ;
- b) Arătați că  $S > 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$ .

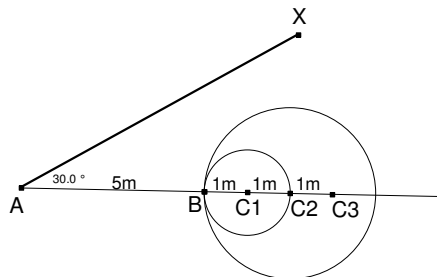
2. Rezolvați ecuația:  $(\log_x 4)^2 + \left(\log_{\frac{1}{4}x} \frac{1}{x}\right)^2 - \log_{\frac{1}{\sqrt{x}}}\left(\frac{1}{4}\right) - \log_2 x + \frac{3}{4} = 0$ .

3. În  $\triangle ABC$  se știe că  $A(-6; 3)$ , ecuația medianei din  $B$  este  $y + 2x = 0$  și ecuația înălțimii din  $C$  este  $x - y = 0$ .

- a) Demonstrați că  $B(b; -2b)$  și  $C(c; c)$ ;
- b) Aflați numerele reale  $b$  și  $c$ .

4. Figura alăturată modelează zborul unei muște în apropierea unei clădiri a cărei perete este reprezentat de dreapta  $AX$ . Musca pornește din  $B$  și descrie cercul de centru  $C_1$  în sensul acelor de ceas. Apoi din  $B$  descrie cercul de centru  $C_2$  în același sens, apoi cercul de centru  $C_3, C_4, \dots, C_n$ , toate aceste centre fiind coliniare și situate la  $1m$  unu de celălalt. Musca se oprește din zbor în clipa în care atinge peretele. Știind că  $m(\angle XAB) = 30^\circ$  aflați:

- a) Care este centrul cercului pe care se situează musca în clipa în care se oprește din zbor?
- b) Care a fost lungimea zborului?



**Notă:** Timp de lucru 3 ore  
Toate subiectele sunt obligatorii  
Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7