

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**

**ETAPA NAȚIONALĂ – 20 aprilie 2012**

**Filiera teoretică, profil umanist**

**Clasa a XI-a**

1. Într-un lac sărat adânc de 10m, salinitatea straturilor de apă (raportul dintre masa de săruri și masa amestecului de apă cu săruri) crește direct proporțional cu adâncimea, de la 8% la suprafață până la 13% la fundul său. Exprimați salinitatea  $s\%$  a stratului aflat la adâncimea de  $h$  metri ( $0 \leq h \leq 10$ ).

**Soluție:**

Pentru 10m salinitatea crește cu 5% ..... 2p

Pentru  $h$  metri crește cu  $h \cdot 0,5\%$  .....

3p

$s\% = (0,5h + 8)\%$  ..... 2p

2. Notele obținute de un grup de 20 de elevi la două teste sunt următoarele:

Testul A

Nota	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Efectiv elevi	0	0	2	2	3	4	6	2	1

Testul B

Nota	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Efectiv elevi	3	2	1	0	1	0	4	4	5

- a) Comparați mediile  $m_1$  și  $m_2$  în cele două cazuri.  
 b) Comparați abaterile medii pătratice,  $\sigma_1$  și  $\sigma_2$ .  
 c) Aflați numărul de elevi pentru care nota este situată în intervalul  $(m_i - \sigma_i, m_i + \sigma_i)$ ,  $i \in \{1; 2\}$ .

**Soluție:**

a)  $m_1 = m_2 = 7$  ..... 2p

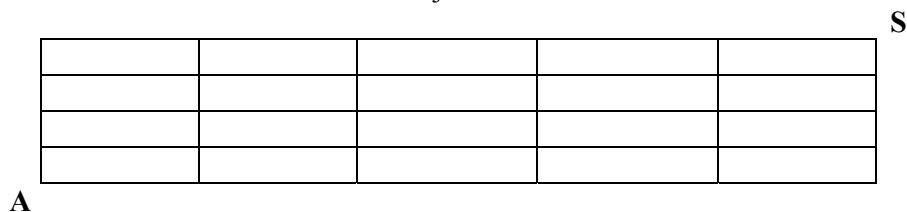
b) Scrie formulele:  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  și  $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - m)^2 \cdot n_i}{\sum n_i}$  ..... 1p

Calculează  $\sigma_1 \approx 1,61$  și  $\sigma_2 \approx 3,02$  ..... 1p

Obține  $\sigma_1 < \sigma_2$  ..... 1p

c) în (5,39; 8,61) sunt 13 elevi; în (3,98; 10,02) sunt 15 elevi ..... 2p

3. Străzile din cartierul Anei au forma de mai jos:



Pentru a ajunge de acasă (A) la serviciu (S) ea parcurge în fiecare zi un drum de lungime minimă.

- a) Știind că dimensiunile unui dreptunghi mic sunt: 300m latura orizontală și 200m cea verticală, aflați lungimea drumului minim.  
 b) După câte zile în care a mers pe trasee diferite, Ana a trebuit să reia un drum parcurs anterior?



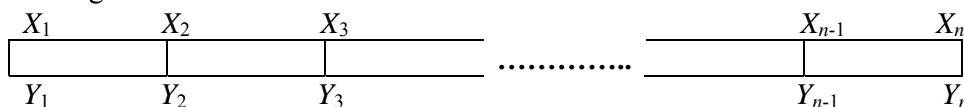
**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA NAȚIONALĂ – 20 aprilie 2012**  
**Filiera teoretică, profil umanist**

**Soluție:**

a) Parcurge 5 laturi orizontale și 4 verticale ..... 2p  
 $D_{\min} = 5 \cdot 300 + 4 \cdot 200 = 2300\text{m}$  .....  
 2p

b) Există  $C_9^4$  sau  $C_9^5 = 126$  trasee diferite (alegem 4 segmente verticale sau 5 segmente orizontale dintre cele 9) ..... 2p  
 În 126 zile parcurge traseele diferite. În a 127-a zi va relua un traseu anterior ..... 1p

4. Se consideră graful scară cu  $2n$  vârfuri:



- a) Dacă  $n = 3$ , în câte moduri putem alege 3 muchii care nu au două câte două extremități comune?  
 b) Dacă  $f(n)$  reprezintă numărul de moduri în care putem alege  $n$  muchii care nu au două câte două extremități comune pentru o scară cu  $n$  trepte, arătați că pentru  $n \geq 3$ ,  $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ .

**Soluție:**

- a)  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3); (X_1, X_2), (Y_1, Y_2), (X_3, Y_3); (X_1, Y_1), (X_2, X_3), (Y_2, Y_3)$ , deci 3 moduri ..... 3p  
 b)  $(X_1, Y_1)$ , deci  $f(1) = 1$ ;  $(X_1, X_2), (Y_1, Y_2)$  sau  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$ , deci  $f(2) = 2$ ;  $f(3) = 3$  ..... 2p  
 În general, putem alege fie muchia  $(X_1, Y_1)$  și rămân pentru celelalte  $f(n - 1)$  posibilități, fie muchiile  $(X_1, X_2)$  și  $(Y_1, Y_2)$  și rămân  $f(n - 2)$  posibilități; deci  $f(n) = f(n - 1) + f(n - 2)$  ..... 2p

**Notă:** Orice rezolvare corectă se punctează echivalent.

