INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAŢIONALĂ
12 aprilie 2013

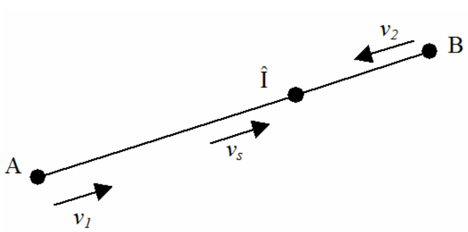
FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE
CLASA A IX-A

1. O scară rulantă de 100 m lungime avansează cu viteza de 2 m/s. Doi copii pleacă de la fiecare dintre capetele scării cu viteza de 2,5 m/s. La ce distanţă faţă de capătul cel mai apropiat al scării se vor întâlni?
(*Reamintim că S = v · t; spaţiul parcurs = viteza · timpul*).

<u>Soluţie:</u>
Desen:



.... 1p
$v_1 = 2$ m/s + 2,5 m/s = 4,5 m/s; v_1= 2,5 m/s – 2 m/s = 0,5 m/s 2p
Fie t momentul întâlnirii (în secunde):
$S_1 = 4{,}5\ t$ şi $S_2 = 0{,}5\ t$ 2p
$4{,}5\ t + 0{,}5\ t = 100$, rezultă t = 20 s, $S_1 = 90$ m şi $S_2 = 10$ m 1p
Se vor întâlni la 10 m faţă de capătul final al scării rulante 1p

2. Se consideră funcţia de gradul al II-lea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 2(m-3)x + m + 3$, $m \in \mathbb{R}^*$.

a) Determinaţi $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât graficul funcţiei să nu intersecteze axa Ox.

b) Determinaţi $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât funcţia să fie strict crescătoare pe intervalul $[-2, +\infty)$.

c) Determinaţi $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 0$,
unde x_1 şi x_2, sunt rădăcinile ecuaţiei f(x) = 0.

<u>Soluţie:</u>
a) Impunem condiţia $y = f(x) \neq 0$ 1p
Este necesar ca $\Delta = -36m + 36 = -36(m-1) < 0$ 1p
Rezultă $m \in (1, +\infty)$ 1p
b) Impune condiţiile $m > 0$ şi $-\dfrac{b}{2a} = \dfrac{m-3}{m} \leq -2$ 1p
Rezultă $m \in (0, 1]$ 1p
c) $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 0 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow \Delta = 0$ 1p
$\Delta = -36(m-1) = 0$, rezultă $m = 1$ 1p

3. Patru persoane P_1, P_2, P_3, P_4 se află la intrarea unui tunel întunecos prin care nu pot trece simultan decât două persoane. P_1, P_2, P_3, P_4 traversează tunelul în 1, 2, 5, respectiv 10 minute. Acestea dispun de o torță care arde doar 17 minute. Pot traversa cele patru persoane tunelul? Justificați răspunsul.

Soluție:

Prima dată traversează tunelul persoanele P_1 şi P_2, P_1 întorcându-se cu torța 1p
Au trecut 2 + 1 = 3 minute 1p
A doua oară traversează tunelul persoanele P_3 şi P_4, P_2 întorcându-se cu torța 2p
Au trecut încă 10 + 2 = 12 minute 1p
Apoi P_1 şi P_2 traversează din nou tunelul în 2 minute 1p
Aşadar, cele patru persoane pot traversa tunelul 1p

4. Fie triunghiul ABC cu $\vec{a} = \overrightarrow{BA}$ şi $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. Pe laturile AB, AC şi BC se consideră punctele M, N, P astfel încât $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$; $3\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{NA}$ şi $9\overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PB}$

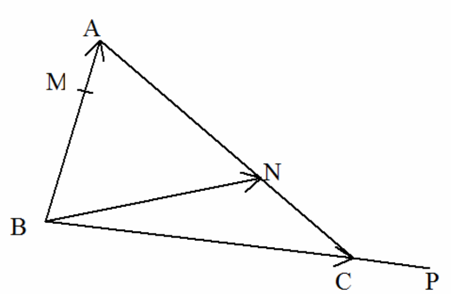
a) Să se exprime $\overrightarrow{BN}$ în funcție de $\vec{a}$ şi $\vec{b}$.

b) Să se exprime $\overrightarrow{BN}$ în funcție de $\overrightarrow{BM}$ şi $\overrightarrow{BP}$.

c) Să se arate că punctele M, N, P sunt coliniare.

Soluție:

a) Desen



.... 1p

Exprimă $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$ 1p

b) Exprimă $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\vec{a}$ şi $\overrightarrow{BP} = \frac{9}{7}\vec{b}$ 1p

Găseşte $\overrightarrow{BN} = \frac{8}{15}\overrightarrow{BM} + \frac{7}{15}\overrightarrow{BP}$ 1p

c) Calculează $\overrightarrow{MN} = -\frac{7}{20}\vec{a} + \frac{12}{20}\vec{b}$ 1p

Calculează $\overrightarrow{NP} = -\frac{14}{35}\vec{a} + \frac{24}{35}\vec{b}$ 1p

Arată că $\overrightarrow{MN} = \frac{7}{8}\overrightarrow{NP}$, rezultă M, N, P coliniare 1p