EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….040**

Profilul: Filiera Teoretică: sp.: matematică-informatică, Filiera Vocațională, profil Militar, Specializarea: specializarea matematică-informatică

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy, se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,-3)$ și $C(6,0)$.

(4p) **a)** Să se determine coordonatele punctului de intersecție al dreptelor de ecuații $2x-y-4=0$ și $x+2y-4=0$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\cos^2\frac{\pi}{12}+\sin^2\frac{\pi}{12}$.

(4p) **c)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(1,1)$ la dreapta de ecuație $3x+4y+8=0$.

(4p) **d)** Să se determine modulul numărului complex $z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2$.

(2p) **e)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât punctul $M(a,1,b)$ să fie situat pe dreapta PQ, unde $P(0,2,3)$ și $Q(2,3,5)$.

(2p) **f)** Să se determine coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram **.**

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze suma primelor 10 numere naturale nenule care sunt pătrate perfecte.

(3p) **b)** Să se determine $n\in\mathbf{N}$ pentru care $2^n=1024$.

(3p) **c)** Să se calculeze $x_1+x_2+x_3$, unde $x_1,x_2,x_3\in\mathbf{C}$ sunt rădăcinile ecuației $x^3+1=0$.

(3p) **d)** Să se determine numărul submulțimilor cu 2 elemente ale unei mulțimi cu 3 elemente .

(3p) **e)** Să se arate că $x^2-4x+5>0$, $\forall\, x\in\mathbf{R}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x\cdot e^x, \forall\, x\in\mathbf{R}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f(1)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **d)** Să se determine aria cuprinsă între graficul funcției f, axa Ox și dreptele $x=0$, $x=1$.

(3p) **e)** Să se determine numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției f.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră şirul de numere $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$, $\begin{cases} f_{n+1} = f_n + f_{n-1}, & \forall n \in \mathbf{N}^* \\ f_0 = 0,\ f_1 = 1 \end{cases}$ şi matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $\det(A)$.

(4p) **b)** Să se calculeze A^2.

(4p) **c)** Să se arate că $\det(X \cdot Y) = \det(X) \cdot \det(Y)$, $\forall\ X, Y \in M_2(\mathbf{C})$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\det(A^n)$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **e)** Să se arate că $A^n = \begin{pmatrix} f_{n+1} & f_n \\ f_n & f_{n-1} \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se demonstreze că $f_{n-1} \cdot f_{n+1} - f_n^2 = (-1)^n$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$

şi că $f_1 + f_2 + ... + f_n = f_{n+2} - 1$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se arate că $\det(A + A^2 + ... + A^n) < 0$, $\forall\ n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{\{x\} - \{x\}^2}$, $\forall\ x \in \mathbf{R}$,

unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x.

(4p) **a)** Să se calculeze $f(0)$ şi $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

(4p) **b)** Să se arate că $\{x\} \geq \{x\}^2$, $\forall\ x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că $f(x) = \sqrt{x - x^2}$, $\forall\ x \in [0,1)$.

(2p) **d)** Să se arate că $f(x+1) = f(x)$, $\forall\ x \in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se arate că f este continuă pe $\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^n f(x)dx$.