Ministerul Educației și Cercetării – Serviciul Național de Evaluare și Examinare

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….043**

Profilul: Filiera Teoretică: sp.: matematică-informatică, Filiera Vocațională, profil Militar, Specializarea: specializarea matematică-informatică

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{6}$.

(4p) **b)** Să se calculeze produsul scalar al vectorilor $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$ şi $\vec{v}=3\vec{i}+\vec{j}$.

(4p) **c)** Să se determine $a\in\mathbf{R}$ ştiind că dreptele $x-2y+1=0$ şi $ax+3y=0$ sunt paralele.

(4p) **d)** Să se calculeze $\cos(\hat{A})$ dacă laturile triunghiului ABC sunt $AB=5,\ BC=12,\ CA=13.$

(2p) **e)** Să se calculeze numărul de elemente ale mulțimii $M_2\cup M_4$ dacă $M_n=\{z\in\mathbf{C}\mid z^n=1\},\ \forall n\in\mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se determine un punct pe cercul $x^2+y^2=13$, care are ambele coordonate numere întregi.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine câte numere de trei cifre de forma $\overline{a0b}$ există, unde a şi b sunt cifre.

(3p) **b)** Să se calculeze valoarea sumei $\hat{1}+\hat{3}+\hat{5}+...+\widehat{15}$ în grupul $(\mathbf{Z}_{16},+)$.

(3p) **c)** Dacă $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, să se calculeze A^2.

(3p) **d)** Să se determine numărul funcțiilor injective $f:\{1,2\}\to\{1,2,3\}$.

(3p) **e)** Să se determine restul împărțirii polinomului $f=X^4+1$ la $g=X-1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=arctg\ x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se arate ca funcția f este concavă pe intervalul $(0,\infty)$.

(3p) **d)** Să se determine numărul soluțiilor ecuației $f(x)=2$.

(3p) **e)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinsă între graficul funcției f, axa Ox şi dreptele $x=0$ şi $x=1$.

SUBIECTUL III (20p)

În inelul $\mathbf{Z_4}[X]$ se consideră submulțimile $U=\{f\in \mathbf{Z_4}[X] \mid \exists g\in \mathbf{Z_4}[X],\ \textit{astfel încât}\ f\cdot g=\hat{1}\}$

şi $N=\{f\in \mathbf{Z_4}[X] \mid \exists n\in \mathbf{N}^*\ \textit{astfel încât}\ f^n=\hat{0}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $\hat{1}\in U$, $\hat{3}\in U$, $\hat{0}\in N$, $\hat{2}\in N$.

(4p) **b)** Să se verifice că $\hat{2}X+\hat{1}\in U$ şi $\hat{2}X+\hat{2}\in N$.

(2p) **c)** Să se arate că $U\cap N=\varnothing$.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $u,v\in N$, atunci $u+v\in N$.

(2p) **e)** Să se arate că dacă $u\in U$ şi $g\in N$, atunci $u+g\in U$.

(2p) **f)** Să se arate că dacă $f\in U$, atunci termenul liber al polinomului f este $\hat{1}$ sau $\hat{3}$.

(2p) **g)** Să se arate că dacă $f\in N$, atunci toți coeficienții polinomului f sunt din mulțimea $\{\hat{0},\hat{2}\}$.

(2p) **h)** Să se arate că fiecare dintre mulțimile U şi N conține cel puțin 2007 elemente.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră şirurile $(a_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ şi $(b_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$, $a_n=\frac{1}{2^{1!}}+\frac{1}{2^{2!}}+\ldots+\frac{1}{2^{n!}}$ şi $b_n=a_n+\frac{1}{n\cdot 2^{n!}}$,

$\forall n\in\mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se verifice că şirul $(a_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ este strict crescător.

(4p) **b)** Să se arate că şirul $(b_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ este strict descrescător.

(4p) **c)** Să se arate că şirurile $(a_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ şi $(b_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ sunt mărginite .

(2p) **d)** Să se arate că şirurile $(a_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ şi $(b_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ sunt convergente şi au aceeaşi limită.

(2p) **e)** Notăm cu $a\in\mathbf{R}$ limita şirului $(a_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ .Să se arate că numărul a este irațional.

(2p) **f)** Să se arate că $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^{2007}}{2^{n!}}=0$.

(2p) **g)** Să se arate că nu există polinoame nenule $f,g\in\mathbf{R}[\mathbf{X}]$, cu proprietatea că

$$a_n=\frac{f(n)}{g(n)},\ \forall n\in\mathbf{N}^*.$$