EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….056**

Profilul: Filiera Teoretică: sp.: matematică-informatică, Filiera Vocațională, profil Militar, Specializarea: specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul de coordonate Oxy se consideră punctele $A(-1,1)$, $B(1,-1)$, $C(2,0)$.

(4p) **a)** Să se determine lungimea segmentului BC.

(4p) **b)** Să se determine aria triunghiului ABC.

(4p) **c)** Să se determine coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC.

(4p) **d)** Să se calculeze $\cos(\hat{A})$.

(2p) **e)** Să se determine panta dreptei AB.

(2p) **f)** Să se arate că punctele A, B, C aparțin cercului de ecuație $(2x-1)^2+(2y-1)^2-10=0$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=(1+x)^9$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f(-1)$.

(3p) **b)** Să se calculeze suma $C_9^0-C_9^1+C_9^2-...-C_9^9$.

(3p) **c)** Să se determine numărul de termeni iraționali din dezvoltarea binomului $f(\sqrt{2})$.

(3p) **d)** Să se determine al treilea termen al dezvoltării binomului $f(\sqrt{2})$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\hat{5}^7$ în $\mathbf{Z}_7$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se verifice că $f(-x)=-f(x),\quad \forall x\in\mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-\frac{2}{5}}{x-2}$.

(3p) **d)** Dacă F este primitiva lui f care verifică relația $F(0)=1$, să se calculeze $F(1)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&4&6\\3&6&9\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ şi $J=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul şi rangul matricei A.

(4p) **b)** Să se determine $a\in \mathbf{R}$ astfel încât $A^2=a\cdot A$.

(4p) **c)** Să se arate că există $a\in \mathbf{R}$ astfel încât $A^n=a^{n-1}A,\ \forall n\in \mathbf{N}^*$.

(2p) **d)** Să se arate că există o matrice coloană $C\in M_{3,1}(\mathbf{R})$ şi o matrice linie $L\in M_{1,3}(\mathbf{R})$, astfel ca $A=C\cdot L$.

(2p) **e)** Să se arate că matricea I_3+A este inversabilă şi să se determine $b,c\in \mathbf{R}$ astfel încât $(I_3+A)^{-1}=bI_3+cA$.

(2p) **f)** Să se arate că pentru $x,y\in \mathbf{R}$, $n\in \mathbf{N}^*$ avem: $(xI_3+yJ)^n=x^nI_3+\frac{1}{3}\left((x+3y)^n-x^n\right)J$.

(2p) **g)** Să se arate că dacă $x\neq 0$ şi $x+3y\neq 0$ atunci matricea xI_3+yJ este inversabilă şi să se determine inversa acesteia.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:[1,\infty)\to \mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^{\alpha}}$ pentru $\alpha>0$ şi şirurile $(a_n)_{n\geq 1}$, $(b_n)_{n\geq 1}$ definite prin relațiile $a_n=1+\frac{1}{2^{\alpha}}+...+\frac{1}{n^{\alpha}}$, $b_n=\int_1^n f(x)\,dx$, $\forall\, n\in \mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se arate că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este crescător.

(4p) **b)** Să se arate că funcția f este descrescătoare.

(4p) **c)** Să se demonstreze că $f(k+1)\leq \int_k^{k+1} f(x)\,dx\leq f(k)$, $\forall k\in \mathbf{N}^*$.

(2p) **d)** Să se demonstreze inegalitățile $a_n-1\leq b_n\leq a_{n-1}$, $\forall n\in \mathbf{N}, n\geq 2$.

(2p) **e)** Pentru $\alpha>1$, să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$.

(2p) **f)** Să se arate că $(a_n)_{n\geq 1}$ este convergent pentru $\alpha>1$ şi divergent pentru $\alpha\leq 1$.

(2p) **g)** Să se arate că şirul $(a_n-b_n)_{n\geq 1}$ este convergent, $\forall\alpha>0$.