EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….077**

Profilul: Filiera Teoretică: sp.: matematică-informatică, Filiera Vocațională, profil Militar, Specializarea: specializarea matematică-informatică

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2,1)$, $B(6,4)$ și $C(5,-3)$.

(4p) **a)** Să se calculeze lungimea segmentelor AB și AC.

(4p) **b)** Să se calculeze $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $m(\hat{A})$.

(4p) **d)** Să se determine coordonatele simetricului punctului C față de B.

(2p) **e)** Folosind eventual formula $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\sin\beta\cdot\cos\alpha$, să se arate că $\sin 15^\circ=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

(2p) **f)** Să se calculeze modulul numărului complex $z=\dfrac{3-4i}{-4+3i}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze numărul $\lg 1000$.

(3p) **b)** Șirul $a_1, a_2, 12, 17, a_5, a_6, ...$ este o progresie aritmetică.
Să se determine termenul a_1 și rația progresiei.

(3p) **c)** Să se demonstreze că $x^4+x^2+1=(x^2-x+1)(x^2+x+1)$, pentru orice $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **d)** Să se determine coeficientul lui x^3 din dezvoltarea $(2+x)^4$.

(3p) **e)** Se consideră propoziția $P(n)$: $(n-1)(n^2-4)(n^2-9)=(n^2-1)(n^2-4)(n-3)$.
Să se determine probabilitatea ca alegând un număr natural mai mic sau egal cu 5, propoziția $P(n)$ să fie adevărată.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)+\dfrac{1}{x^2}$, pentru $x>0$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\int_1^2 f''(x)\,dx$.

(3p) **d)** Să se determine $\alpha\in\mathbf{R}$ astfel încât punctul $A(2,\alpha)$ să aparțină graficului funcției.

(3p) **e)** Să se arate că $f(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$, $\forall\, x>0$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numerele reale distincte a,b,c,d, funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$, $g(x)=x^3+2x^2+3x+4$, $h(x)=2x+1$

şi determinanții $\Delta=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\a&b&c&d\\a^2&b^2&c^2&d^2\\a^3&b^3&c^3&d^3\end{vmatrix}$ şi $A=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\a&b&c&d\\a^2&b^2&c^2&d^2\\g(a)&g(b)&g(c)&g(d)\end{vmatrix}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $\begin{vmatrix}1&1&1\\x&y&z\\x^2&y^2&z^2\end{vmatrix}=(y-x)(z-x)(z-y),\ \forall x,y,z\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\Delta=(b-a)(c-a)(d-a)(c-b)(d-b)(d-c)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se verifice că $f'(a)=(a-b)(a-c)(a-d)$.

(2p) **e)** Să se arate că $A=\Delta$.

(2p) **f)** Dezvoltând determinantul A după ultima linie, să se arate că
$\dfrac{g(a)}{f'(a)}+\dfrac{g(b)}{f'(b)}+\dfrac{g(c)}{f'(c)}+\dfrac{g(d)}{f'(d)}=1$.

(2p) **g)** Să se arate că $\dfrac{h(a)}{f'(a)}+\dfrac{h(b)}{f'(b)}+\dfrac{h(c)}{f'(c)}+\dfrac{h(d)}{f'(d)}=0$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=e^x-1-x-\dfrac{x^2}{2!}-\dfrac{x^3}{3!}-\dfrac{x^4}{4!}$,

$g(x)=e^{-x^2}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x), f^{(2)}(x), f^{(3)}(x), f^{(4)}(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(0), f^{(2)}(0), f^{(3)}(0), f^{(4)}(0)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^5}$.

(2p) **d)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției g.

(2p) **e)** Să se arate că $f'(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se demonstreze inegalitatea $f(x)<0$, $\forall x<0$.

(2p) **g)** Să se demonstreze că aria suprafeței cuprinsă între graficul funcției *g*, axa *Ox* şi dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$ este un număr din intervalul $(0{,}74;0{,}75)$.