

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

Varianta008

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-5)$, $B(5,3)$ și $C(5,-5)$.

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului $[AB]$.
- (4p) b) Să se determine coordonatele simetricului punctului A față de punctul B .
- (4p) c) Să se determine coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC .
- (4p) d) Să se calculeze lungimea vectorului \vec{AC} .
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (2p) f) Să se determine partea reală a numărului complex $i^{101} + i^{102}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze câte submulțimi cu două elemente are mulțimea $\{2,3,4\}$.
- (3p) b) Să se determine numărul real x pentru care $\log_4(3+x) = 2$.
- (3p) c) Să se determine numărul termenilor raționali din dezvoltarea binomială $(2 + \sqrt{5})^6$.
- (3p) d) Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului $f = X^3 - 2X + 1$.
- (3p) e) Să se dea un exemplu de ecuație de gradul al doilea cu coeficienți întregi pentru care produsul rădăcinilor este egal cu 1.

2. Se consideră funcția $f : \left(-\frac{2006}{2007}, \infty\right) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(2007x + 2006)$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \left(-\frac{2006}{2007}, \infty\right)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) c) Să se calculeze numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2007x}$.
- (3p) e) Să se calculeze aria mulțimii mărginite de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $H = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} 2-x & x-1 \\ 2-2x & 2x-1 \end{pmatrix} \mid x \in \mathbf{R}^* \right\}$.

- (4p) a) Să se arate că $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in H$.
- (4p) b) Să se arate că $A(3) \in H$ este inversabilă și să se determine inversa sa.
- (4p) c) Să se calculeze $\det A(x)$ pentru orice matrice $A(x) \in H$.
- (2p) d) Să se calculeze $A(x) \cdot A(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (2p) e) Să se arate că $A(x) \cdot A(y) = A(x \cdot y)$, $\forall A(x), A(y) \in H$.
- (2p) f) Să se arate, folosind metoda inducției matematice, că egalitatea $A^n(x) = A(x^n)$ este adevărată pentru orice $A(x) \in H$ și orice $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se determine $x \in \mathbf{R}^*$ pentru care $A^{2007}(x) = I_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} - \{2007\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 2007x - 1}{x - 2007}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(x) - x + \frac{1}{x - 2007}$, $x \in \mathbf{R} - \{2007\}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R} - \{2007\}$.
- (4p) c) Să se arate că f este crescătoare pe intervalul $(-\infty, 2007)$.
- (2p) d) Să se arate că f este convexă pe intervalul $(-\infty, 2007)$ și concavă pe intervalul $(2007, \infty)$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_{2008}^{2009} f(x) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 2 + 3 + \dots + n) \cdot [f'(n) - 1]$.