EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* …010**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Ştiințe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze numărul diagonalelor unui poligon convex cu 5 laturi.

(4p) **b)** Să se determine $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\sin x = \frac{1}{2}$.

(4p) **c)** Dacă $\sin x = \frac{1}{2}, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ să se calculeze $\cos x$.

(4p) **d)** Să se determine panta dreptei determinate de punctele $A(-1,-1)$ şi $B(3,3)$.

(2p) **e)** Să se determine coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $A(-1,-1)$ şi $B(3,3)$.

(2p) **f)** Să se dea un exemplu de număr complex, nereal, care are modulul 1.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1 = \frac{1}{2}$ şi $a_2 = 1$.

(3p) **a)** Să se determine rația progresiei aritmetice.

(3p) **b)** Să se calculeze a_{10}.

(3p) **c)** Să se calculeze $S = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{10}$.

(3p) **d)** Să se calculeze determinantul matricei $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$.

(3p) **e)** Să se determine probabilitatea ca unul dintre primii 5 termeni ai progresiei $(a_n)_{n\geq 1}$ să fie soluție a ecuației $x^2 - 3x + 2 = 0$.

2. Se consideră funcția $f : (-2,2) \to \mathbf{R}, f(x) = \ln\frac{2+x}{2-x}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f(0)$.

(3p) **b)** Să se determine ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f.

(3p) **c)** Să se calculeze $f'(x)$ pentru $x \in (-2,2)$.

(3p) **d)** Să se arate că f este strict crescătoare pe $(-2,2)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $G = (-2,2)$, iar pentru orice $x, y \in G$ se defineşte operația „*” prin $x * y = \dfrac{4x+4y}{4+x\cdot y}$ şi funcțiile $f:(-2,2)\to(0,+\infty);\ g:(0,+\infty)\to(-2,2),\ f(x)=\dfrac{2+x}{2-x}$ şi $g(x)=\dfrac{2(x-1)}{x+1}$.

(4p) **a)** Să se arate că $x * y \in G$ pentru orice $x, y \in G$.

(4p) **b)** Să se arate că $(x*y)*z = x*(y*z)$ pentru orice $x,y,z \in G$.

(4p) **c)** Să se arate că există $e \in G$ astfel încât $x*e = e*x = x$ pentru orice $x \in G$.

(2p) **d)** Să se calculeze $g \circ f$.

(2p) **e)** Să se arate că f este inversabilă şi să se determine inversa sa.

(2p) **f)** Să se arate că $f(x*y) = f(x)\cdot f(y), \forall x, y \in G$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\dfrac{2}{2}*\dfrac{2}{4}*\dfrac{2}{6}*\ldots*\dfrac{2}{2006}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$, $g:\mathbf{R}\to\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$, $g(x)=\operatorname{arctg} x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f(0)$ şi $g(0)$.

(4p) **b)** Să se determine $g'(x)-f'(x)$, pentru $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)\cdot g(x)$.

(2p) **d)** Să se arate că g este strict crescătoare pe **R**.

(2p) **e)** Să se arate că $-\dfrac{1}{2}\le f(x)\le\dfrac{1}{2}$, pentru orice $x\in\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\displaystyle\int_0^1 \operatorname{arctg} x\,dx$.

(2p) **g)** Să se arate că $\dfrac{x}{1+x^2}<\operatorname{arctg} x$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.