

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D

Varianta ...012

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(1,-2)$ și $B(4,2)$.
- (4p) b) Să se determine cel mai mare dintre numerele $a = \sin \frac{\pi}{6}$ și $b = \sin \frac{3\pi}{4}$.
- (4p) c) Să se arate că $\left(\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} \right)^{-1}$ este număr întreg.
- (4p) d) Să se determine numărul diagonalelor unui hexagon convex .
- (2p) e) Să se determine $m \in \mathbf{R}$ dacă $z = 1 - i$ este rădăcină a ecuației $x^2 - 2x + m = 0$.
- (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe
- $$\frac{2+3i}{4+5i} = a+bi.$$

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se determine matricea $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^{2007}$.
- (3p) c) Să se dea un exemplu de ecuație de gradul al doilea cu coeficienți întregi care are o rădăcină egală cu $1 + \sqrt{3}$.
- (3p) d) Să se determine numărul submulțimilor mulțimii $A = \{1, 2, 3\}$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $3^n + 4^n > 5^n$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 5x - 2 \sin x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se determine un punct de inflexiune al graficului funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2}{7n^2 + n - 1}$.

SUBIECTUL III(20p)

Se consideră $a, b, c \in \mathbf{R}$ și polinomul $f \in \mathbf{R}[X]$, $f = X^3 - pX^2 + qX - r$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{C}$, unde $p, q, r \in (0, \infty)$.

- (4p) a) Să se determine $s \in \mathbf{R}$ cu proprietatea că $f = s(X - x_1)(X - x_2)(X - x_3)$.
- (4p) b) Să se calculeze expresia $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$ în funcție de p, q, r .
- (4p) c) Să se arate că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = p^2 - 2q$.
- (2p) d) Să se arate că polinomul $g = X^3 - X^2 + X - 2$ nu are toate rădăcinile reale.
- (2p) e) Să se arate că dacă $x \in (-\infty, 0]$, atunci $f(x) < 0$.
- (2p) f) Să se arate că polinomul f nu are rădăcini în intervalul $(-\infty, 0]$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă $a + b + c > 0$, $ab + bc + ac > 0$ și $abc > 0$, atunci
 $a > 0, b > 0, c > 0$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x + 2)^3 - x^3$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este convexă pe \mathbf{R} .
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, -1]$ și strict crescătoare pe intervalul $[-1, \infty)$.
- (4p) d) Să se arate că $2 \leq f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) f) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(-x)}{f(x)}$.