EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….017**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine $a \in \mathbf{R}$ dacă punctul $A(1,-2)$ aparține cercului de ecuație $x^2 + y^2 - a = 0$.

(4p) **b)** Să se scrie ecuația unei drepte perpendiculare pe dreapta de ecuație $x = 4$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{3\pi}{4}$.

(4p) **d)** Să se calculeze modulul numărului complex $z = \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot i$.

(2p) **e)** Să se calculeze lungimea laturii [AC] a triunghiului ABC în care $BC = 2, AB = 4$ și $m(\hat{B}) = 30^0$.

(2p) **f)** Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $BC = 2, AB = 4$ și $m(\hat{B}) = 30^0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine simetricul elementului $\hat{3}$ în grupul $(\mathbf{Z}_8,+)$.

(3p) **b)** Să se determine $x \in (0,\infty)$ pentru care $\log_3 2 + \log_3 x = 1$.

(3p) **c)** Să se determine $x \in \mathbf{R}$ pentru care $9^x = 27$.

(3p) **d)** Să se calculeze câte numere de 4 cifre încep și se termină cu o cifră număr par.

(3p) **e)** Să se calculeze in câte moduri se pot alege două persoane dintr-un grup format din 6 persoane.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(1)$.

(3p) **b)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\left[f(n+1) - f(n)\right]$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_1^e \frac{f(x)}{x}dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea T a matricelor cu 3 linii şi 3 coloane şi care au toate elementele în mulțimea $U=\{0,1,2\}$, precum şi mulțimea $V=\left\{A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & x & 1\\ 0 & 0 & x\end{pmatrix}\middle| x\in U\right\}\subset T$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei $A(1)\in V$ şi să se determine rangul acesteia.

(4p) **b)** Să se studieze dacă există $x,y\in U$ pentru care $A(x)\cdot A(y)\in V$

(4p) **c)** Dacă $B=A(1)\in V$, să se calculeze B^2 şi B^3.

(2p) **d)** Să se arate că pentru $B=A(1)\in V$ avem $B^n=\begin{pmatrix}1 & n & \frac{n(n+1)}{2}\\ 0 & 1 & n\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $\forall n\in\mathbf{N}^*$.

(2p) **e)** Să se arate că există $A,B\in V$ astfel încât $\det(A\cdot B)=\det(B\cdot A)\in U$.

(2p) **f)** Să se arate că dacă $C\in T$ şi C are 8 elemente egale , atunci $\det C=0$.

(2p) **g)** Să se arate că există $M\in T$ cu $\det M\neq 0$ şi pentru care M are 7 elemente egale.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}^*\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+4}{x^2}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(-\infty,0)\cup(0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se determine punctul de extrem local al funcției *f*.

(4p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

(2p) **d)** Să se arate că funcția *f* este convexă pe fiecare dintre intervalele $(-\infty,0)$ şi $(0,\infty)$.

(2p) **e)** Să se determine numărul soluțiilor reale ale ecuației $f(x)=3$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-x\right)$.

(2p) **g)** Să se arate că $\int_1^2 f(x)dx>0$.