EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….020

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(1,3)$ şi $B(4,-1)$.

(4p) **b)** Să se scrie ecuația paralelei prin $A(1,3)$ la dreapta de ecuație $x+y=0$.

(4p) **c)** Să se scrie ecuația cercului cu centrul în $A(1,3)$ şi de rază 1.

(4p) **d)** Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AB=3, AC=4$ şi $BC=5$.

(2p) **e)** Să se determine care număr este mai mare $a=\cos\frac{3\pi}{7}$ sau $b=\cos\frac{5\pi}{7}$

(2p) **f)** Să se calculeze $\sin\frac{31\pi}{4}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine câte numere de trei cifre distincte se pot forma numai cu cifrele 2,4,6.

(3p) **b)** Să se calculeze câte submulțimi are mulțimea $\{0,2,4,6\}$.

(3p) **c)** Să se calculeze suma soluțiilor ecuației $\log_2(x^2+3)=2$.

(3p) **d)** Să se calculeze suma $1+5+9+13+...+37$.

(3p) **e)** Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului $f=X^3+2X^2-2X-4$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+\sin x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_0^{\pi} f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 6\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -3 & 3\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi submulțimea $G=\{X\in M_2(\mathbf{R}) \mid A\cdot X=B\}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A şi să se precizeze rangul acesteia.

(4p) **b)** Să se determine matricea $C=A\cdot B-B\cdot A$.

(4p) **c)** Să se calculeze A^2.

(2p) **d)** Să se arate că pentru orice număr n natural nenul există x_n natural astfel încât

$$A^n=x_n\cdot A.$$

(2p) **e)** Să se arate că mulțimea G are cel puțin 2007 elemente.

(2p) **f)** Să se arate că există $Y\in G$ care verifică $Y^2+Y=O_2$.

(2p) **g)** Să se găsească o matrice $D\in M_2(\mathbf{R})$, $D\neq O_2$, pentru care $A\cdot D=D\cdot A=O_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f,g:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=x\cdot\ln x$ şi $g(x)=1+\ln x$

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$ şi $g'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se determine punctul de extrem local al funcției f.

(4p) **c)** Să se arate că f este convexă pe $(0,\infty)$ şi g este concavă pe $(0,\infty)$.

(2p) **d)** Să se arate că $1+e\cdot x\cdot\ln x\geq 0$, $\forall\ x\in(0,\infty)$.

(2p) **e)** Să se arate că graficul funcției f nu are asimptote.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)dx$.

(2p) **g)** Să se arate că pentru orice primitivă G a funcției g este adevărată inegalitatea $G(2007)>G(2006)$.