# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
## Proba scrisă la MATEMATICĂ
## PROBA D

*Varianta* ….023

**Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările**

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

**(4p)** **a)** Să se determine partea reală a numărului complex $\left(1+i\sqrt{2}\right)\left(1-i\sqrt{2}\right)$.

**(4p)** **b)** Să se dea un exemplu de număr întreg care este mai mare decât $tg\frac{\pi}{3}$.

**(4p)** **c)** Să se scrie ecuația unui cerc cu centrul în punctul $C(2,3)$.

**(4p)** **d)** Să se determine numerele reale $a$ și $b$ dacă punctul $C(2,3)$ este mijlocul segmentului determinat de punctele $A(a,2)$ și $B(1,b)$.

**(2p)** **e)** Să se calculeze determinantul $d=\begin{vmatrix}\sin\pi & \cos\pi\\ -\cos\pi & \sin\pi\end{vmatrix}$.

**(2p)** **f)** Să se dea un exemplu de două numere reale $x$ și $y$ pentru care matricea

$A=\begin{pmatrix}\sin x & \cos x\\ \sin y & \cos y\end{pmatrix}$ are rangul 2.

**SUBIECTUL II ( 30p )**

**1.**

**(3p)** **a)** Să se calculeze în câte feluri se pot alege 2 elevi dintr-un grup de 4 elevi.

**(3p)** **b)** Să se dea un exemplu de funcție neconstantă $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ pentru care $f(2)=f(4)$.

**(3p)** **c)** Să se dea un exemplu de număr întreg $m$ pentru care $2^m>\frac{1}{4}$ și $4^m<\frac{1}{2}$.

**(3p)** **d)** Să se dea un exemplu de ecuație de gradul al doilea cu coeficienți reali pentru care suma rădăcinilor sale este egală cu 4.

**(3p)** **e)** Să se arate că funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2$ are proprietatea că există $a,b\in\mathbf{R}$, $a\neq b$ astfel încât $f(a)=f(b)$.

**2.** Se consideră funcția $f:[0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{(x+1)(x+2)}$.

**(3p)** **a)** Să se verifice că $f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$, $\forall x\in[0,\infty)$.

**(3p)** **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

**(3p)** **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

**(3p)** **d)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției *f*.

**(3p)** **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră mulțimea $A=(-1,\infty)$ şi pe **R** se defineşte operația $"\Delta"$ prin

$x\Delta y = x + y + xy$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

**(4p)** **a)** Să se arate că $"\Delta"$ este lege de compoziție pe mulțimea $A$.

**(4p)** **b)** Să se arate că legea $"\Delta"$ este asociativă şi comutativă.

**(4p)** **c)** Să se determine elementul neutru al legii $"\Delta"$.

**(2p)** **d)** Să se arate că orice element al mulțimii $A$ este simetrizabil în raport cu legea de compoziție $"\Delta"$.

**(2p)** **e)** Să se rezolve în mulțimea $A$ ecuația $x\Delta x = 3$.

**(2p)** **f)** Să se arate că există un număr real $b$ astfel încât pentru orice $x$ real să fie adevărată egalitatea $b\Delta x = x\Delta b = b$.

**(2p)** **g)** Să se determine numărul

$$H = (-2007)\Delta(-2006)\Delta(-2005)\Delta\ldots\Delta(2005)\Delta(2006)\Delta(2007).$$

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{e^x}$.

**(4p)** **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

**(4p)** **b)** Să se determine punctul de extrem local al funcției $f$.

**(4p)** **c)** Să se arate că dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă spre $+\infty$ la graficul funcției $f$.

**(2p)** **d)** Să se arate că $0 < f(x) \le 1$, $\forall x \in [0,\infty)$.

**(2p)** **e)** Să se arate că $y + \dfrac{1}{y} \ge 2$, $\forall y \in (0,\infty)$.

**(2p)** **f)** Să se calculeze $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$.

**(2p)** **g)** Să se arate că $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x}{x+1}dx \ge \frac{3}{e}$.