

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D

Varianta026

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările
 ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se dea un exemplu de dreaptă paralelă cu dreapta de ecuație $y = 4x$.
- (4p) b) Să se arate că punctul $A(1, -\sqrt{3})$ aparține cercului de ecuație $x^2 + y^2 = 4$.
- (4p) c) Să se calculeze distanța dintre punctele $B(0,2)$ și $C(-2,0)$.
- (4p) d) Să se arate că $\sin \frac{\pi}{6}$ este un număr rațional.
- (2p) e) Să se dea un exemplu de două numere reale a și b pentru care $\sin a = \cos b = 1$.
- (2p) f) Să se calculeze $\sin^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{3\pi}{4}$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se dea un exemplu de mulțime A pentru care mulțimea $A \cup \{-1,0,1\}$ are cel puțin 4 elemente.
- (3p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $4^x = \frac{1}{4}$.
- (3p) c) Să se determine numerele naturale y pentru care $3 < \log_2 y < 4$.
- (3p) d) Să se determine inversul față de înmulțire al elementului $\hat{3}$ în inelul $(\mathbf{Z}_{11}, +, \cdot)$.
- (3p) e) Să se dea un exemplu de matrice $A \in M_2(\mathbf{R})$ pentru care $\det(A) = 10$.

2.

- (3p) a) Să se determine punctul de extrem local al funcției $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x-4)^2$.
- (3p) b) Să se determine punctul de inflexiune al graficului funcției $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,
 $g(x) = (x-4)^3$.
- (3p) c) Să se dea un exemplu de funcție $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ pentru care $\int_0^1 h(x) dx = 4$.
- (3p) d) Să se dea un exemplu de șir neconstant care are limita egală cu 4.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{25n + 24}{5n + 4}$.

SUBIECTUL III (20p)

În $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = I_3 + A$, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se arate că $\det A \neq \det B$.
- (4p) b) Să se arate că $A \cdot B = B \cdot A$.
- (4p) c) Să se determine rangul matricei A .
- (2p) d) Să se arate că există în $M_3(\mathbf{R})$ două matrice C și D pentru care $C \cdot D \neq D \cdot C$.
- (2p) e) Să se calculeze matricele A^2 și A^3 .
- (2p) f) Să se arate că dacă $X \in M_3(\mathbf{R})$ și $A \cdot X = X \cdot A$, atunci există $a, b, c \in \mathbf{R}$

astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$.

- (2p) g) Să se arate că pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$ este adevărată egalitatea $B^n = \begin{pmatrix} 1 & n & \frac{n(n-1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f nu este derivabilă în punctul $x_0 = 0$.
- (2p) d) Să se arate că f este strict crescătoare pe $[0, \infty)$.
- (2p) e) Să se rezolve în intervalul $[0, \infty)$ ecuația $f(x) + f(x^2) + f(x^3) = 14$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_1^4 f(x) dx$.
- (2p) g) Să se dea un exemplu de funcție neconstantă $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, pentru care $g(4) \neq 2$

și $\int_1^4 f(x) dx = \int_1^4 g(x) dx$.