EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….027

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(1,2)$, $B(1,a)$, cu $a\in\mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se determine lungimea segmentului $[OA]$.

(4p) **b)** Să se determine ecuația mediatoarei segmentului $[OA]$.

(4p) **c)** Să se determine $a\in\mathbf{R}$, $a\neq 2$, pentru care $OA=OB$.

(4p) **d)** Să se determine ecuația cercului de centru O și rază OA.

(2p) **e)** Să se calculeze produsul de numere complexe $i\cdot i^2\cdot i^3\cdot i^4\cdot i^5\cdot i^6\cdot i^7$.

(2p) **f)** Să se calculeze $arctg(\cos 0)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine probabilitatea ca un element n al mulțimii $\{0,1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $2^n\leq n^2$.

(3p) **b)** Să se determine trei numere în progresie aritmetică strict crescătoare, dacă suma lor este 9 și produsul lor este 15.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea $(0,\infty)-\{1\}$ ecuația $\log_x 4=2$.

(3p) **d)** Să se rezolve ecuația $\sqrt{x+2}=x$, $x\in[0,\infty)$.

(3p) **e)** Să se determine valoarea minimă a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-6x+5$.

2. Se consideră funcția $f:(1,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x>1$.

(3p) **b)** Să se demonstreze că f este strict descrescătoare pe intervalul $(1,\infty)$.

(3p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei spre ∞ la graficul funcției f.

(3p) **d)** Să se arate că $f(x)-\dfrac{2}{x-1}=1$, $\forall x>1$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_2^3 f(x)\,dx$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{Q})$ se consideră submulțimea $G=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix} \mid a^2-3b^2=1, a,b\in \mathbf{Q}\right\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\in G$

(4p) **b)** Să se arate că dacă $A,B\in G$, atunci $AB\in G$.

(4p) **c)** Să se arate că dacă $X\in G$, $X=\begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix}$, atunci X este matrice inversabilă.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $X\in G$, $X=\begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix}$, atunci $X^{-1}=\begin{pmatrix} a & -b \\ -3b & a \end{pmatrix}$.

(2p) **e)** Să se găsească o matrice $A\in G$, $A=\begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix}$ cu $b\neq 0$.

(2p) **f)** Să se arate că dacă $B\in G$ $B=\begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix}$ cu $a>0, b>0$, atunci $B^n\neq I_2$, $\forall n\in \mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se arate că mulțimea G are cel puțin 2007 elemente.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f,g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=arctg\,x$, $g(x)=arctg\,x-x$ şi se

defineşte şirul $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ prin $a_0=1$ şi $a_{n+1}=f(a_n)$, $\forall n\in\mathbf{N}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$ şi $g'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că funcția g este strict descrescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se arate că $g(x)=0$ dacă şi numai dacă $x=0$.

(2p) **e)** Să se arate că şirul $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ este strict descrescător şi mărginit.

(2p) **f)** Să se determine ecuația asimptotei spre ∞ la graficul funcției f.

(2p) **g)** Să se arate că $0<\int_0^1 f(x)dx<\frac{1}{2}$.