

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**
**PROBA D**
**Varianta ....029**

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

 În sistemul cartezian de coordonate  $Oxy$  se consideră punctele  $A(3,1)$ ,  $B(5,2)$ ,  $C(1,5)$ ,  $D(a,b)$ .

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului  $[BC]$ .
- (4p) b) Să se arate că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.
- (4p) c) Să se calculeze distanța de la  $A$  la dreapta  $BC$ .
- (4p) d) Să se determine  $m, n \in \mathbf{R}$  astfel încât  $x + my + n = 0$  să reprezinte ecuația dreptei  $AC$ .
- (2p) e) Să se determine  $a, b \in \mathbf{R}$  astfel încât  $ABDC$  să fie dreptunghi.
- (2p) f) Dacă  $\sin x = \frac{1}{2}$  să se determine  $\cos^2 x$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^{1+x^2} = 25^x$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $C_5^3 - C_5^2 + C_5^5$ .
- (3p) c) Să se arate că numărul  $\log_6 2 + \log_6 3$  este natural.
- (3p) d) Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = -2x + 7$ . Să se calculeze  $(f \circ f)(3)$ .
- (3p) e) Să se calculeze matricea  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{2007}$ .

**2.** Se consideră funcția  $f : (-2, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{2}{x+2}$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in (-2, \infty)$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{nf(n)}{n^2 + 2007}$ .

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

**Varianta 029**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră polinomul  $f \in \mathbf{C}[X]$ ,  $f = (X + i)^{20} + (X - i)^{20}$  care are forma algebrică  $f = a_{20}X^{20} + a_{19}X^{19} + \dots + a_1X + a_0$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $f(0)$ .
- (4p) b) Să se determine  $a_{20}$  și  $a_0$ .
- (4p) c) Să se calculeze suma coeficienților polinomului  $f$ .
- (2p) d) Să se arate că  $f(i)$  este număr real.
- (2p) e) Să se determine restul împărțirii polinomului  $f$  la polinomul  $g = X - i$ .
- (2p) f) Să se arate că dacă  $z \in \mathbf{C}$  este o rădăcină a lui  $f$ , atunci  $|z + i| = |z - i|$ .
- (2p) g) Să se arate că polinomul  $f$  are numai rădăcini reale.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = (x + 2)^{2006} - x^{2006}$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se arate că  $f(-1 - x) + f(-1 + x) = 0$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare pe  $\mathbf{R}$ .
- (2p) d) Să se rezolve în  $\mathbf{R}$  ecuația  $f(x) = 0$ .
- (2p) e) Să se calculeze  $\int_{-3}^1 f(x) dx$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .
- (2p) g) Să se arate că  $f$  este concavă pe  $(-\infty, -1]$  și convexă pe  $[-1, \infty)$ .