

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D
Varianta ...031

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze modulul numărului complex $\sqrt{15} - i$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(3, 12)$ și $C(4, 14)$.
- (4p) c) Să se calculeze suma de numere complexe $S = i + 2i^3 + 3i^5 + 4i^7$.
- (4p) d) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3, 12)$ și $C(4, 14)$ să aparțină dreptei de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(3, 12)$, $B(2, 2)$ și $C(4, 14)$.
- (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe

$$\frac{1}{1-i} = a + bi.$$

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze elementul 4^{2007} în (\mathbf{Z}_8, \cdot) .
- (3p) b) Să se calculeze $C_{11}^3 - C_{11}^8 + C_9^9$.
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_7 x = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $6^x = 36^{x-1}$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^n < 30$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^7 + 6x^5 - 7$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9\sqrt{n} + 1}{5\sqrt{n} + 7}$.

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

Varianta 031

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și

submulțimea $G = \{X(a) \mid X(a) = aA + I_2, a \in \mathbf{R}\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $I_2 \in G$.
- (4p) b) Să se arate că $A^2 = 3A$.
- (4p) c) Să se verifice că $X(0) \cdot X(a) = X(a) \cdot X(0) = X(a)$, $\forall a \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(3ab + a + b)$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se calculeze determinantul și rangul matricei A.
- (2p) f) Să se calculeze determinantul matricei $X(a)$.
- (2p) g) Să se determine numărul real t pentru care
- $$X\left(\frac{-100}{3}\right) \cdot X\left(\frac{-99}{3}\right) \cdot \dots \cdot X\left(\frac{99}{3}\right) \cdot X\left(\frac{100}{3}\right) = X(t).$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1+x}{1+x+x^2}$.

- (4p) a) Să se determine asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $f(-2)$, $f(0)$, $f'(-2)$ și $f'(0)$.
- (2p) d) Să se arate că $-\frac{1}{3} \leq f(x) \leq 1$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Dacă $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ este o primitivă a funcției f , să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{\ln x}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\int_0^x f(t) dt - \ln x \right)$.