EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* ….034**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1), B(1,-1), C(-1,1)$ și numerele complexe $a=1+i, b=1-i, c=-1+i$.

(4p) **a)** Să se determine lungimea segmentului $[BC]$.

(4p) **b)** Să se determine coordonatele simetricului punctului B față de punctul A.

(4p) **c)** Să se calculeze modulul numărului complex $z=\frac{b}{c}$.

(4p) **d)** Să se determine partea reală a numărului complex $w=b\cdot c$.

(2p) **e)** Să se determine $t\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $a=\sqrt{2}\cdot(\cos t+i\cdot\sin t)$

(2p) **f)** Să se calculeze aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei $A=\begin{pmatrix}2&0\\0&7\end{pmatrix}$.

(3p) **b)** Să se calculeze suma elementelor matricei A^2, unde $A=\begin{pmatrix}2&0\\0&7\end{pmatrix}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $c+d$ dacă numerele pozitive $c,2,d,8$ sunt, în această ordine , în progresie geometrică.

(3p) **d)** Să se determine soluțiile din $\mathbf{Z}_8$ ale ecuației $\hat{2}\cdot\hat{x}=\hat{4}$.

(3p) **e)** Să se calculeze în câte feluri se pot alege două persoane dintr-un grup de şapte persoane.

2.

(3p) **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n+3}{5n-1}$

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^{10}-1}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\int_0^1 x^{\frac{3}{2}}dx$

(3p) **d)** Să se calculeze derivata funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2^x$.

(3p) **e)** Să se determine ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2^x$.

SUBIECTUL III (20p)

Pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$ notăm $E_n(x,y) = \left(x + \sqrt{y}\right)^n$ şi $F_n(x,y) = \left(x - \sqrt{y}\right)^n$, $\forall\ x, y \in (0,\infty)$.

(4p) **a)** Să se arate că $E_2(2,2) + F_2(2,2) \in \mathbf{N}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $E_n(2,2) \cdot F_n(2,2) \in \mathbf{N}$.

(4p) **c)** Utilizând eventual metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 5$ are loc inegalitatea $2^n > n^2$.

(2p) **d)** Să se determine numerele naturale n pentru care $E_n(2,2) \cdot F_n(2,2) = n^2$.

(2p) **e)** Să se dea un exemplu de ecuație de gradul al doilea cu coeficienți întregi care are o rădăcină egală cu $E_1(3,2)$.

(2p) **f)** Să se găsească un polinom de gradul al doilea cu coeficienți întregi care are o rădăcină egală cu $E_1(3,2)$.

(2p) **g)** Să se calculeze câți termeni raționali are dezvoltarea $E_{20}(3,2)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x - x^3$ şi se defineşte şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ prin $a_1 \in (0,1)$, $a_{n+1} = f(a_n)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției f.

(4p) **c)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{f(x)}$.

(2p) **e)** Să se determine cel mai mic număr întreg m pentru care $f(x) \leq m$, $\forall x \in [0,1]$.

(2p) **f)** Să se arate că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este mărginit.

(2p) **g)** Să se arate că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este monoton.