EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

Varianta ….037

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Ştiințe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ şi $B(0,4)$.

(4p) **a)** Să se calculeze lungimea segmentului $[AB]$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\sin\left(O\hat{A}B\right)$.

(4p) **c)** Să se determine aria triunghiului *OAB*.

(4p) **d)** Să se calculeze modulul numărului complex $(3-i)^2$.

(2p) **e)** Să se calculeze distanța de la punctul *O* la dreapta *AB*.

(2p) **f)** Să se dea un exemplu de număr complex z pentru care $z-\bar{z}=4i$, unde $\bar{z}$ reprezintă conjugatul lui z.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră polinomul $f=X^2+3X+9$ care are rădăcinile $x_1,x_2\in\mathbf{C}$ şi polinomul $g=X^3+27$.

(3p) **a)** Să se afle restul împărțirii polinomului g la polinomul *f*.

(3p) **b)** Să se calculeze $g(-10)\cdot g(-9)\cdot g(-8)\cdot\ldots\cdot g(8)\cdot g(9)\cdot g(10)$.

(3p) **c)** Să se calculeze x_1+x_2.

(3p) **d)** Să se calculeze $x_1^2+x_2^2$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca una dintre rădăcinile polinomului X^3+27 să fie un număr real.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x+\cos x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

(3p) **c)** Să se arate că funcția *f* nu are puncte de extrem.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,dx$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{C})$ se consideră submulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \middle| a,b,c \in \mathbf{C} \right\}$ şi matricele

$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $O_2 \in M$ şi $I_2 \in M$.

(4p) **b)** Să se arate că pentru orice matrice $A \in M_2(\mathbf{C})$, avem $\left(A + {}^tA\right) \in M$, unde ${}^tA$ este transpusa matricei A.

(4p) **c)** Să se calculeze $\det\left(A + {}^tA\right)$, $A \in M_2(\mathbf{C})$.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $A \in M$, atunci $A^2 \in M$.

(2p) **e)** Dacă $P = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 9 \end{pmatrix} \in M$ să se arate că există o matrice $Q \in M$, $Q \neq O_2$ astfel încât $P \cdot Q = O_2$.

(2p) **f)** Să se găsească o matrice $C \in M$ cu proprietatea $\det(C) = -2007^2$.

(2p) **g)** Să se gasească două matrice $X, Y \in M$, $X, Y \neq I_2$ astfel încât $X \cdot Y = I_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{2\} \to \mathbf{R}$ $f(x) = \dfrac{x^2}{x-2}$.

(4p) **a)** Să se arate că $f(x) = x + 2 + \dfrac{4}{x-2}$, $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \neq 2$.

(4p) **c)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(3,9)$.

(2p) **d)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției *f.*

(2p) **e)** Să se arate că funcția f este convexă pe intervalul $(2, \infty)$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **g)** Să se arate că $8 \leq \int_3^4 f(x)\, dx \leq 9$.