EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta …*.038**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Ştiințe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze $\cos\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{4}$.

(4p) **b)** Să se determine partea reală a numărului complex $(1-2i)(1+2i)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $m(A\hat{B}C)$, dacă triunghiul ABC este isoscel şi $m(B\hat{A}C)=\frac{5\pi}{6}$.

(4p) **d)** Să se calculeze $\cos B$ dacă în triunghiul ABC lungimile laturilor sunt: $AB=4, BC=5, AC=6$.

(2p) **e)** Să se determine numărul punctelor de intersecție dintre dreapta $y=x$ şi cercul de ecuație $x^2+y^2=8$.

(2p) **f)** Să se calculeze modulul numărului complex $(1+2i)^2$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze în câte feluri pot fi alese 3 probleme dintr-un set de 5 probleme.

(3p) **b)** Să se determine mulțimile X care verifică egalitatea $X\cup\{3,5\}=\{3,5,7\}$.

(3p) **c)** Să se calculeze care este probabilitatea ca un element x al mulțimii $\{1,2,4,5,6\}$ să fie soluție a inecuației $\frac{-1}{3-x}<0$.

(3p) **d)** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $3^{-2x-1}=3^{x^2}$.

(3p) **e)** Să se dea un exemplu de polinom f de gradul al treilea cu coeficienți intregi pentru care $f(1)=0$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}-\{1\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{x-1}$.

(3p) **a)** Să se determine ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}\setminus\{1\}$.

(3p) **c)** Să se compare numerele $a=f(2)$ şi $b=f(\sqrt{5})$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} n\cdot f(n)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_2^3 f(x)\,dx$.

SUBIECTUL III (20p)

În $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0&1&2\\0&0&3\\0&0&0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1&1&2\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A şi să se determine rangul acesteia.

(4p) **b)** Să se arate că matricea B este inversabilă.

(4p) **c)** Să se calculeze B^2 şi B^3.

(2p) **d)** Să se determine matricea $X \in M_3(\mathbf{R})$ pentru care $B \cdot X = A$.

(2p) **e)** Să se arate, folosind eventual metoda inducției matematice, că

$$B^n = \begin{pmatrix}1 & n & \frac{n(n+3)}{2}\\ 0 & 1 & n\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\ \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

(2p) **f)** Să se determine matricele $Y \in M_3(\mathbf{R})$ pentru care $A \cdot Y = Y \cdot A$.

(2p) **g)** Să se arate că nu există nici o matrice $Z \in M_3(\mathbf{R})$ pentru care $Z^2 = A$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ definit prin $a_n = \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+...+\frac{1}{n\cdot(n+1)\cdot(n+2)}$; $\forall n\in \mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se ordoneze crescător termenii a_1, a_2 şi a_3.

(4p) **b)** Să se demonstreze că $\frac{1}{k(k+1)(k+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k(k+1)}-\frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)$, $\forall k \in \mathbf{N}^*$.

(4p) **c)** Să se demonstreze că şirul a_n este strict crescător.

(2p) **d)** Să se demonstreze că $a_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$, $\forall n\in \mathbf{N}^*$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3}{4}+a_n\right)^{n^2}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)(x+2)}dx$.