EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

Varianta ….**043**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- ♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine $a,b \in \mathbf{R}$ dacă dreapta de ecuație $ax+by-2=0$ conține punctele $A(1,1)$ și $B(2,0)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\cos x$, dacă se știe că $\sin x = \frac{1}{2}$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

(4p) **c)** Să se afle aria triunghiului *ABC*, dacă *AB*=8, *AC*=6 și $m(\hat{A}) = 30^\circ$.

(4p) **d)** Să se determine conjugatul numărului complex $-2+2i$.

(2p) **e)** Să se afle modulul numărului complex $z = \frac{(1+i)^2}{1-i}$.

(2p) **f)** Să se determine ecuația dreptei care conține punctul *A*(-2,1) și este paralelă cu dreapta $x = y$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine elementul neutru al legii de compoziție definite prin $x * y = x + y - xy$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\log_3 \frac{81}{\sqrt{3}}$.

(3p) **c)** Să se afle primul termen al unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_3 = 1, a_7 = 9$.

(3p) **d)** Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{1,2,3\}$ să fie soluție a ecuației $n^2 - 5n + 6 = 0$.

(3p) **e)** Să se calculeze suma și produsul rădăcinilor ecuației $x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$.

2. Se consideră funcția $f : [0,\infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x+2}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in [0,\infty)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției *f*.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} n \cdot f(n)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x) \cdot (x+2)\, dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $M=\left\{ A_x = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| x \in \mathbf{Z} \right\}$ şi funcția $f : M \to \mathbf{Z}$, $f(A_x) = x$.

(4p) **a)** Să se arate că pentru $A_x, A_y \in M$, $A_x = A_y$ dacă şi numai dacă $x = y$.

(4p) **b)** Să se arate că dacă $A_x, A_y \in M$ atunci $A_x \cdot A_y \in M$.

(4p) **c)** Să se arate că există $A_e \in M$ pentru care $A_x \cdot A_e = A_x, \forall A_x \in M$.

(2p) **d)** Să se arate că $\forall A_x \in M$ există $A_a \in M$ pentru care $A_x \cdot A_a = A_e$.

(2p) **e)** Să se calculeze $(A_2)^n, n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se arate că funcția $f : M \to \mathbf{Z}, f(A_x) = x$ este bijectivă şi

$f(A_x \cdot A_y) = f(A_x) + f(A_y)$, $\forall A_x, A_y \in M$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\det(A_1 + A_1^2 + A_1^3 + ... + A_1^{2007})$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definită prin $f(x) = e^{-x} \cdot (2x+3)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se stabilească intervalele de monotonie ale funcției f.

(4p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(2p) **d)** Să se determine $\int f(x)dx$, $x \in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se calculeze aria $S(a)$ a mulțimii cuprinse între graficul funcției f, axa Ox şi dreptele de ecuații $x = 0, x = a$, unde a este un număr real nenegativ.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim_{a \to \infty} S(a)$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$.