EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* 044**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(4,-3)$ și $C(0,-3)$.

(4p) **a)** Să se calculeze lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

(4p) **b)** Să se dea un exemplu de dreaptă paralelă cu dreapta *AB*.

(4p) **c)** Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC.

(4p) **d)** Să se afle coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC.

(2p) **e)** Să se determine $\cos\left(C\hat{A}B\right)$.

(2p) **f)** Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se afle câte numere cu două cifre distincte se pot forma cu cifrele 3,5,7 și 9.

(3p) **b)** Să se determine a_{10} dacă în progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ se cunosc $a_1 = 1,\ a_2 = -1$.

(3p) **c)** Să se calculeze $C_9^2 + C_9^7$.

(3p) **d)** Să se calculeze $f(1+i)$ dacă $f \in \mathbf{C}[X],\ f = X^2 - 2i$.

(3p) **e)** Să se afle probabilitatea ca un element din mulțimea $\{-2,-1,7,11,20\}$ să fie soluție a inecuației $2^x < 1024$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin x$.

(3p) **a)** Să se arate că $f(x+2\pi) = f(x), (\forall) x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{f(x)-f(\pi)}{x-\pi}$.

(3p) **d)** Să se afle câte puncte de extrem local are funcția f în intervalul $(0,2\pi)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{Z}_3)$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}\hat{1} & \hat{0}\\ \hat{0} & \hat{2}\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}\hat{1} & \hat{0}\\ \hat{1} & \hat{2}\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}\hat{1} & \hat{0}\\ \hat{0} & \hat{1}\end{pmatrix}$ și submulțimea $G=\left\{X\in M_2(\mathbf{Z}_3) \middle| X^2=I_2\right\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $I_2\in G$.

(4p) **b)** Să se arate că $A\in G$ și $B\in G$.

(4p) **c)** Să se arate că $A\cdot B\neq B\cdot A$.

(2p) **d)** Să se arate că $A\cdot B\notin G$.

(2p) **e)** Să se rezolve ecuația matriceală $A\cdot X=I_2$, unde $X\in M_2(\mathbf{Z}_3)$.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mic număr natural *n* nenul pentru care $(A\cdot B)^n=I_2$.

(2p) **g)** Să se arate că mulțimea *G* are cel puțin 6 elemente.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\setminus\{-3,0\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2+3x}$.

(4p) **a)** Să se calculeze valoarea expresiei $f(x)-1+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{10}{x+3}-\dfrac{1}{x}\right)$, $x\in\mathbf{R}\setminus\{-3,0\}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}\setminus\{-3,0\}$.

(4p) **c)** Să se arate că dreptele de ecuații $x=-3$ și $x=0$ sunt asimptote verticale la graficul funcției f.

(2p) **d)** Să se determine numărul punctelor de extrem local ale funcției f.

(2p) **e)** Să se determine primitivele funcției f pe intervalul $(0,+\infty)$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln x}{x}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\int_1^n f(x)dx$.