EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

Varianta ….045

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze $\arcsin 1$.

(4p) **b)** Să se determine numărul punctelor de intersecție dintre cercul de ecuație $x^2 + y^2 = 8$ şi dreapta de ecuație $y = 2$.

(4p) **c)** Să se calculeze partea reală a numărului complex $z = (2-i)(2+i)$.

(4p) **d)** Să se calculeze $\sin\pi + \sin(-\pi)$.

(2p) **e)** Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât dreptele $d_1 : x + ay + 2 = 0$ şi $d_2 : 2x + 4y + 1 = 0$ să fie paralele.

(2p) **f)** Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe $2 + 3i + i(a + bi) = 4i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze $(f \circ g)(2)$, unde $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = x + 1$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\dfrac{5!-3!}{4!}$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^2 + 2x + 2 = 0$.

(3p) **d)** Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^3 - 5X^2 + 4$ la polinomul $g = X + 2$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $3^n < 25$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $[-1,1]$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{x\to -\infty} x \cdot f(x)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea M formată din toate matricele cu 2 linii şi 2 coloane şi care au toate elementele din mulțimea $\{0,1,2\}$, iar elementul de pe linia 1 şi de pe coloana 1 este diferit de 0.

(4p) **a)** Să se verifice că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M$ şi $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \notin M$.

(4p) **b)** Să se găsească o matrice $A \in M$, pentru care $\det(A) = 0$ şi o matrice $B \in M$, pentru care $\det(B) \neq 0$.

(4p) **c)** Să se arate că matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M$, este inversabilă, dar $A^{-1} \notin M$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $X \in M$, atunci $-4 \leq \det(X) \leq 4$.

(2p) **e)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă efectuăm produsul tuturor matricelor din mulțimea M (în orice ordine), vom obține o matrice cu rangul egal cu 1.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă $n \in \{-4,-3,-2,..., 2, 3, 4\}$, atunci există o matrice $Y \in M$, astfel încât $\det(Y) = n$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se verifice că $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că $0 < f(x) \leq 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se determine abscisele punctelor de inflexiune ale graficului funcției f.

(2p) **e)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\int_0^x f(t)dt\right)$.

(2p) **g)** Să se găsească o funcție $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, continuă pe $\mathbf{R}$, care verifică $g(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$ şi $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\int_{-x}^x g(t)dt\right) < 10^{-2007}$.