EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta …048

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2,1)$, $B(6,4)$ și $C(5,-3)$.

(4p) **a)** Să se calculeze lungimile segmentelor $[AB]$ și $[AC]$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $m(\hat{A})$.

(4p) **d)** Să se determine coordonatele simetricului punctului C față de punctul B.

(2p) **e)** Folosind eventual egalitatea $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\sin\beta\cdot\cos\alpha$, să se calculeze $\sin 15^\circ$.

(2p) **f)** Să se calculeze modulul numărului complex $z=\dfrac{3-4i}{-4+3i}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se arate că numărul $\lg 1000$ este natural.

(3p) **b)** Șirul $a_1, a_2, 12, 17, a_5, a_6, \ldots$ este o progresie aritmetică. Să se determine termenul a_1.

(3p) **c)** Să se demonstreze că $x^4+x^2+1=(x^2-x+1)(x^2+x+1)$, pentru orice $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **d)** Să se determine coeficientul lui x^3 din dezvoltarea $(2+x)^4$.

(3p) **e)** Să se determine restul împărțirii polinomului $f=X^4+X^2+1$ la polinomul $g=X^2-X+1$.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)+\dfrac{1}{x^2}$, pentru $x>0$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\int_1^2 f''(x)\,dx$.

(3p) **d)** Să se determine $\alpha\in\mathbf{R}$ astfel încât punctul $A(2,\alpha)$ să aparțină graficului funcției f.

(3p) **e)** Să se arate că $f(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$, $\forall\, x>0$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{Z_3})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}\hat{1} & \hat{1}\\ \hat{0} & \hat{2}\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}\hat{1} & \hat{0}\\ \hat{1} & \hat{2}\end{pmatrix}$

$I_2=\begin{pmatrix}\hat{1} & \hat{0}\\ \hat{0} & \hat{1}\end{pmatrix}$ și mulțimea $G=\{X\in M_2(\mathbf{Z_3})\mid X^2=I_2\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $I_2\in G$.

(4p) **b)** Să se arate că $A\in G$ şi $B\in G$.

(4p) **c)** Să se arate că $AB\neq BA$.

(2p) **d)** Să se găsească o matrice $X\in M_2(\mathbf{Z_3})$ astfel încât $A\cdot X=I_2$.

(2p) **e)** Să se arate că $AB\notin G$.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mic număr natural nenul *n*, cu proprietatea că $(AB)^n=I_2$.

(2p) **g)** Să se arate că mulțimea G are cel puțin 6 elemente .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\setminus\{-1\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{1+x}$.

(4p) **a)** Să se determine asimptota verticală la graficul funcției f.

(4p) **b)** Să se determine asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(4p) **c)** Să se arate că $f(x)-1+x-x^2\leq 0$, $\forall x\geq 0$.

(2p) **d)** Să se arate că $f(x)-1+x-x^2+x^3\geq 0$, $\forall x\geq 0$.

(2p) **e)** Să se deducă inegalitățile $1-x+x^2-x^3\leq\dfrac{1}{1+x}\leq 1-x+x^2$, $\forall x\geq 0$.

(2p) **f)** Să se arate că $1-x^9+x^{18}-x^{27}\leq\dfrac{1}{1+x^9}\leq 1-x^9+x^{18}$, $\forall x\geq 0$.

(2p) **g)** Să se arate că aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g:[0,\infty)\to\mathbf{R}$, $g(x)=\dfrac{1}{1+x^9}$, axa Ox şi dreptele $x=0$ şi $x=1$, este un număr real cuprins în intervalul $(0{,}91\,;\,0{,}96)$.