EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**049**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$ astfel încât $x+ay+b=0$ să reprezinte ecuația dreptei care conține punctele $A(5,1)$ și $C(1,5)$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului cu extremitățile în punctele $A(5,1)$ și $C(1,5)$.

(4p) **c)** Să se calculeze modulul numărului complex $1+i$.

(4p) **d)** Să se calculeze $\sin\pi+\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$.

(2p) **e)** Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(5,6)$, $B(2,2)$ și $C(6,5)$.

(2p) **f)** Să se calculeze suma de numere complexe $1+i+i^2+...+i^{11}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze suma elementelor în grupul $(\mathbf{Z}_{14},+)$.

(3p) **b)** Să se calculeze numărul de mulțimi $X\subseteq\{1,2,3,4,5,6\}$ care verifică relația $X\cap\{1,2,3,4\}=\{1,2\}$.

(3p) **c)** Să se calculeze numărul de funcții care se pot defini pe mulțimea $\{1,2\}$ cu valori în mulțimea $\{a,b\}$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor raționale ecuația $x^3+6x^2+11x+6=0$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$, să verifice relația $n^2+5n-6\geq 0$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^5-5x^3$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze numărul punctelor de extrem local ale funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției f.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3\sqrt{n}+4}{5\sqrt{n}+6}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea M formată din toate matricele cu 3 linii şi 3 coloane şi care au toate elementele egale cu 1 sau cu -1 .

(4p) **a)** Să se verifice că, dacă $A\in M$, atunci $-A\in M$.

(4p) **b)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M .

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $A\in M$, atunci determinantul matricei A se divide cu 4.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $A\in M$, atunci $\det(A)\in\{-4,0,4\}$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $B\in M$ este o matrice inversabilă, atunci $B^{-1}\notin M$.

(2p) **f)** Să se găsească o matrice $C\in M$, pentru care $\det(C)=4$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă $A\in M$, atunci matricea A^{2007} are toate elementele nenule .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, definite prin $f_0(x)=1$ şi $f_{n+1}(x)=\int_0^x f_n(t)dt$, $\forall n\in\mathbf{N}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f_1(x)=x$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f_2(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f_1(x)+f_2(x)=0$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1)$.

(2p) **e)** Să se arate că $f_n(x)=\dfrac{x^n}{n!}, \forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se arate că $f'_{n+1}(x)=f_n(x), \forall x\in\mathbf{R}$, $\forall n\in\mathbf{N}$.

(2p) **g)** Să se determine numărul soluțiilor reale ale ecuației

$$f_1(x)+f_2(x)+f_3(x)+f_4(x)=0 .$$