EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta …*.055**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze modulul numărului complex $\sqrt{5}+i\sqrt{3}$.

(4p) **b)** Să se calculeze distanța de la punctul $E(1,2)$ la dreapta $x+y+1=0$.

(4p) **c)** Să se scrie ecuația cercului cu centrul în $E(1,2)$ și care este tangent dreptei de ecuație $x+y+1=0$.

(4p) **d)** Să se arate că punctele $L(1,\ 2)$, $M(3,\ 3)$ şi $N(5,\ 4)$ sunt coliniare.

(2p) **e)** Să se calculeze $\sin 30^\circ + \sin(-30^\circ)$.

(2p) **f)** Să se determine $a,b \in \mathbf{R}$, astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe $(2+3i)(4+5i)=a+bi$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se dea un exemplu de două numere întregi a şi b nenule pentru care numărul $\sqrt{a}+\sqrt[3]{b}$ este întreg .

(3p) **b)** Să se dea un exemplu de polinom de gradul al doilea cu coeficienți întregi pentru care una dintre rădăcini este $x_1 = 3+\sqrt{2}$.

(3p) **c)** Să se dea un exemplu de matrice $A,B \in M_3(\mathbf{R})$ pentru care $\det A = \det B$ şi $rangA \neq rangB$.

(3p) **d)** Să se dea un exemplu de număr real $x \geq 3$ pentru care $\log_2 x \leq 4$.

(3p) **e)** Să se dea un exemplu de funcție neconstantă $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ pentru care $f(1)+f(2)=3$.

2. Se consideră şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ definit prin : $a_n = n^2+n+1,\ \forall n \in \mathbf{N}^*$.

(3p) **a)** Să se determine care număr este mai mare: $A=\dfrac{5}{a_3}$ sau $B=\dfrac{3}{a_5}$.

(3p) **b)** Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$ pentru care $a_n = 21$.

(3p) **c)** Să se dea un exemplu de număr natural care nu este termen al şirului $(a_n)_{n\geq 1}$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}-a_n}{n+1}$.

(3p) **e)** Să se arate că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este strict crescător.

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea $\mathbf{Z}$ a numerelor întregi se definește legea de compoziție "$\circ$" prin $a \circ b = r$, unde r este restul împărțirii produsului $a \cdot b$ la 10 şi se consideră mulțimea $G = \{2,4,6,8\}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $A = 4 \circ 6$ şi $B = 7 \circ 2007$.

(4p) **b)** Să se dea un exemplu de numere întregi cu $a > 3, b > 3$ pentru care $a \circ b = 3$.

(4p) **c)** Să se arate că există $e \in G$ astfel încât pentru orice $x \in G$ să avem $e \circ x = x \circ e = x$.

(2p) **d)** Să se determine un element $y \in G$ astfel încât $y \circ 8 = 6$.

(2p) **e)** Să se arate că G are o structură de grup comutativ în raport cu legea de compoziție "$\circ$" .

(2p) **f)** Să se arate că nu există $x \in \mathbf{Z}$ pentru care $x \circ x = 2$.

(2p) **g)** Să se arate că există cel puțin 2007 numere naturale m pentru care $(2^m) \circ (2^m) = 4$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^4 - 4x + 1$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se determine punctul de extrem local al funcției f .

(4p) **c)** Să se arate că $f(x) \geq 2x \cdot (x - 2)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_2^e \frac{x^3 - 1}{f(x)} dx$.

(2p) **g)** Să se se arate că $\int_e^{e^2} \frac{x - 2}{f(x)} dx \leq \frac{1}{2}$.