

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**
**PROBA D**
**Varianta ...058**

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

 În sistemul cartezian de coordonate  $Oxy$ , se consideră punctele  $A(1,5)$ ,  $B(-3,1)$ ,  $C(2,4)$ .

- (4p) a) Să se calculeze partea reală a numărului complex  $i + 2i^2 + 3i^3$ .
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului  $[AC]$ .
- (4p) c) Să se arate că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$ .
- (2p) e) Să se determine  $m, n \in \mathbf{R}$  astfel încât  $x + my + n = 0$  să reprezinte ecuația dreptei  $BC$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\cos(\widehat{CBA})$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{9x} - 9^{2007} = 0$ .
- (3p) b) Se consideră șirul  $3, 7, 11, 15, \dots$  de numere reale care este o progresie aritmetică. Să se determine al 10-lea termen al șirului.
- (3p) c) Să se determine câte numere naturale de 3 cifre distincte, care se pot forma cu elementele mulțimii  $\{0, 1, 2, 5\}$  sunt multipli de 4.
- (3p) d) Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$ . Să se calculeze  $(f \circ f)(1)$ .
- (3p) e) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația  $x C_5^3 \leq 100$ .

**2.** Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 7$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .

- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$ .

- (3p) c) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- (3p) d) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției  $f$ .

- (3p) e) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7 f(0)}{f(3) - n^7}$ .

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

**Varianta 058**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$ ,

$\forall x, y \in \mathbf{R}$ .

- (4p) a) Să se arate că  $x \circ y = (x + 3)(y + 3) - 3, \forall x, y \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se determine  $e \in \mathbf{R}$  astfel încât  $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se arate că  $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbf{R}$
- (2p) d) Să se rezolve în mulțime numerelor reale ecuația  $3^x \circ 3^x = 13$ .
- (2p) e) Să se arate că  $x \circ (-3) \circ y = -3, \forall x, y \in \mathbf{R}$ .
- (2p) f) Să se arate că  $\mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$  nu este parte stabilă a lui  $\mathbf{R}$  în raport cu legea de compoziție „ $\circ$ ”.
- (2p) g) Să se calculeze  $(-1) \circ 2 \circ (-3) \circ \dots \circ 2006 \circ (-2007)$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$ .

- (4p) a) Să se determine ecuația asimptotei spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- (4p) b) Să se arate că  $f'(x) + f'(-x) = 0, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se arate că funcția  $f$  este strict descrescătoare pe intervalul  $[0, \infty)$ .
- (2p) d) Să se arate că  $1 \leq f(x) \leq 2, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) e) Să se arate că există  $a, b \in \mathbf{R} - \mathbf{Q}, a \neq b$  pentru care  $f(a) = f(b) \in \mathbf{Q}$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- (2p) g) Să se arate că  $1 \leq \frac{1}{e-1} \cdot \int_0^1 e^x \cdot f(x) dx \leq 2$ .