EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**060**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze partea reală a numărului complex $(2-i)^2$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(6,7)$ și $C(7,6)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{3}$.

(4p) **d)** Să se determine coordonatele simetricului punctului $A(2,2)$ față de axa Oy.

(2p) **e)** Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(6,7)$, $B(5,5)$ și $C(7,6)$.

(2p) **f)** Să se determine ecuația tangentei la elipsa $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ în punctul $P(2,1)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în mulțimea $\mathbf{Z}_4$ ecuația $\hat{3}\cdot\hat{x}=\hat{2}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $(f\circ g)(3)$ pentru $f,g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2$, $g(x)=x-2$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^4-3x^2+2=0$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x+8^x=10$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $3^n>n^3$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=e^x+x+1$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\frac{8n^2+5}{2n^2+7}$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricea $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi submulțimea

$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix} \mid a \in (0,\infty), b \in \mathbf{R} \right\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $I_2 \in G$.

(4p) **b)** Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.

(4p) **c)** Să se arate că dacă $A \in G$, atunci $\det(A) \neq 0$.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $C \in G$, atunci există $D \in G$, astfel încât $C \cdot D = D \cdot C = I_2$.

(2p) **e)** Să se găsească două matrice $S, T \in G$ pentru care $S \cdot T \neq T \cdot S$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}^{2007}$, $a, b \in \mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se demonstreze că, pentru orice matrice $A \in G$ şi $\forall n \in \mathbf{N}^*$, există o matrice $X \in G$ astfel încât $X^n = A$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots + x^8$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = x^9 + 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$ şi $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $F(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots + \frac{x^9}{9}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f(-1)$ şi $g(-1)$.

(4p) **b)** Să se verifice că $(x+1)f(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că dacă $x < -1$, atunci $g(x) < 0$ şi dacă $x > -1$, atunci $g(x) > 0$.

(2p) **d)** Să se arate că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f pe $\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se arate că funcția F este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se arate că funcția F este bijectivă.