

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D

Varianta ...079

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze $a + 2b$ dacă punctul $M(a, b)$ aparține dreptei de ecuație $x + 2y - 5 = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea razei cercului de ecuație $x^2 + y^2 - 2y = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(2, 3)$ și $B(5, 7)$.
- (4p) d) Să se calculeze produsul $\cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{3}$.
- (2p) e) Să se calculeze suma $\cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{3}$.
- (2p) f) Să se calculeze partea reală a numărului $(\cos \pi + i \cdot \sin \pi)^3$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine simetricul față de înmulțire al elementului $\hat{7} \in \mathbf{Z}_{12}$.
- (3p) b) Să se calculeze suma $\hat{3} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} + \hat{7}$ în grupul $(\mathbf{Z}_{10}, +)$.
- (3p) c) Să se determine $x \in \mathbf{Q}$ pentru care $32^x = 8$.
- (3p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^3 - 2X + 3$ la $g = X + 1$.
- (3p) e) Să se calculeze în câte moduri se poate alcătui o echipă de proiectare formată din 2 persoane, un inginer și un maestru, dacă avem la dispoziție 3 ingineri și 2 maiștri.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sin x + 2 \cos x$.

- (3p) a) Să se determine $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se arate că $f(x) + f''(x) = 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2 \cos x}{7x}$.

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

Varianta 079

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție " \circ " definită prin

$$x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3, \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $x \circ y = 2(x-1)(y-1)+1, \forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se verifice că $x \circ 1 = 1 \circ x = 1, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se rezolve în intervalul $(0, \infty)$ ecuația $(2^x) \circ (\log_2 x) = 1$.
- (2p) e) Să se rezolve ecuația $x \circ x \circ x \circ x = 1, x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se arate că mulțimea $\mathbf{Q} \setminus \mathbf{Z}$ nu este parte stabilă a lui \mathbf{R} în raport cu legea " \circ ".
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că
- $$x_1 \circ x_2 \circ \dots \circ x_n = 2^{n-1}(x_1 - 1)(x_2 - 1) \dots (x_n - 1) + 1, \forall n \in \mathbf{N}^*, \forall x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbf{R}.$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x - e \cdot \ln x$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(e)$ și $f'(e)$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(0, e)$ și strict crescătoare pe intervalul (e, ∞) .
- (2p) d) Să se arate că $f(x) \geq 0, \forall x > 0$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.
- (2p) f) Să se deducă inegalitatea $e^x \geq x^e, \forall x > 0$.
- (2p) g) Să se demonstreze că $\int_1^e x^e dx \leq e^e - e$.