EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* ….092**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze modulul numărului complex i^{2007}.

(4p) **b)** Să se determine partea reală a numărului complex i^{2007}.

(4p) **c)** Să se determine semnul numărului $\sin\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{3}$.

(4p) **d)** Să se calculeze aria triunghiului ABC, dacă $AB=6$, $BC=10$ şi măsura unghiului B este de 45°.

(2p) **e)** Să se determine ecuația cercului cu centrul în punctul $M(1;-1)$ şi raza 2.

(2p) **f)** Să se determine distanța de la punctul $A(1;1;-1)$ la planul de ecuație $3x+2y-z=0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2+3x-4=0$.

(3p) **b)** Să se determine numărul de elemente ale mulțimii A dacă aceasta are exact 8 submulțimi.

(3p) **c)** Să se determine numărul real x dacă numerele 2; x şi $x+4$ (în această ordine) sunt în progresie aritmetică.

(3p) **d)** Să se calculeze suma rădăcinilor ecuației $2x^3-6x^2+8x+1=0$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\hat{4}^{2007}$ în $\mathbf{Z}_5$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x-2)^3$.

(3p) **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{f(n)}{n^3}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **d)** Să se arate că $x=2$ este punct de inflexiune pentru graficul funcției f.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_1^2 f^3(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi mulțimea

$C(A)=\{X\in M_2(\mathbf{C}) \mid XA=AX\}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A.

(4p) **b)** Să se calculeze matricea A^2.

(4p) **c)** Să se determine rangul matricei A.

(2p) **d)** Să se arate că matricea A este inversabilă şi să se calculeze inversa acesteia.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $U,V\in C(A)$, atunci $U\cdot V\in C(A)$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $X\in C(A)$, atunci există $a,b\in\mathbf{C}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & a\end{pmatrix}$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă $Y\in C(A)$ şi $Y^{2007}=O_2$, atunci $Y^2=O_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+6x^5$ şi $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$,

$F(x)=1+\int_0^x f(t)dt$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se verifice identitatea $F(x)=1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se verifice că $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că $(x-1)F(x)=x^7-1$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se arate că $F(x)>0$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se arate că există $a,b\in\mathbf{R}, a\neq b$ pentru care $F(a)=F(b)$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n\cdot f(n)}{F(n)}$.

(2p) **g)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f(x^2)=1$.